TAREA 1: FÍSICA II

*RESUME DEL CAPÍTULO 21 "CARGA ELÉCTRICA Y CAMPO ELÉCTRICO".

*LIBRO: HUGH D. YOUNG, ROGER A. FREEDEMAN SEARS – ZEMANSKY *"FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA VOLUMEN 2".*

ALUMNO: JONATAN MÁRQUEZ

Carga Eléctrica y Campo Eléctrico.

El electromagnetismo, estudia las interacciones tanto de la electricidad; como del magnetismo.
Estas interacciones, implican el estudio de particulas que tienen un atributo llamado carga eléctrica. De la misma forma que los objetos con masa son acelerados, los objetos cargados eléctricamente también se ven acelerados por las fuerzas eléctricas.
El estudio del electromagnetismo es fundamental para entender muchos fenomenos de la vida cotidiana, así como también la fuerza que mantiene unidos los átomos y que forman la materia sólida.

Carga eléctrica

Al 600 A.C, los griegos descubrieron que al frotar ámbar contra lana, el ámbar atraía otros objetos.
En la actualidad, decimos que el ambar ha adquirido una carga eléctrica neta, o que se cargó.
En la vida cotidiana, una persona al caminar frota sus zapatos sobre una alfombra de nailon, se carga eléctricamente; también carga un peine si lo pasa por su cabello seco.
Estos y muchos otros experimentos han demostrado que hay dos tipos de cargas. Mas tarde Benjamin Franklin sugirio llamarles de carga positiva y negativa.

Dos cargas positivas se repelen entre si, al igual que dos cargas negativas. Una carga negativa y otra positiva se atraen.

Dos cargas son iguales si tienen el mismo signo algebraico. Son opuestos si sus signos son distintos.

Carga eléctrica y la estructura de la materia

Para poder entender lo que realmente le pasa a una varilla cuando esta se carga, debemos analizar más de cerca, la estructura y las propiedades electricas del átomo.

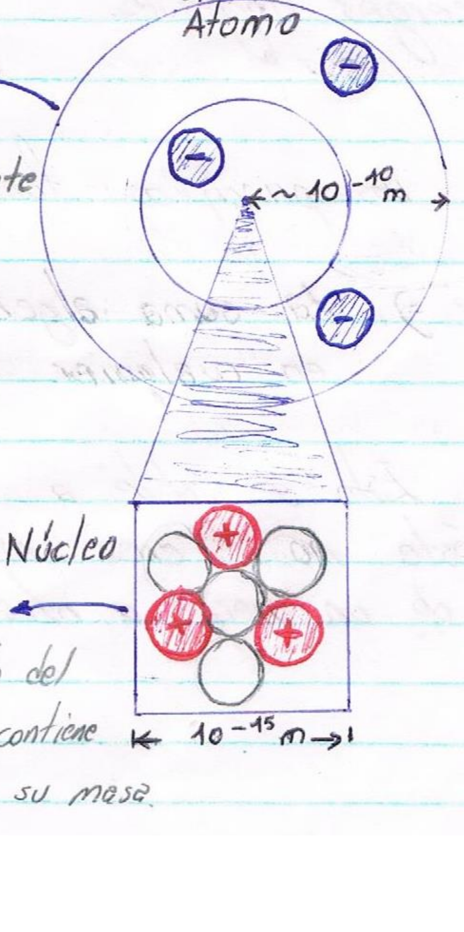
El átomo esta compuesto por tres partículas: el **electrón**, con carga negativa; el **protón** con carga positiva, y el **neutrón**, sin carga.

Protón: carga positiva.
Masa $= 1.673 \times 10^{-27}$ Kg

Neutrón: sin carga
Masa $= 1.675 \times 10^{-27}$ Kg

Electrón: carga negativa
Masa: $9{,}109 \times 10^{-31}$ Kg

La mayoría del volumen del átomo está ocupado escasamente por electrones.



Muy pequeño en comparación el resto del átomo, el núcleo contiene más del 99,9% de su masa.

Los electrones se mantienen dentro del átomo gracias a la fuerza electrica de atracción que se extiente del núcleo hasta ellos. Los protones y los neutrones permanecen dentro del núcleo estables de los átomos, debido al efecto de atracción de la fuerza nuclear fuerte, que vence la repulsión electrica entre los protones.
Dicha fuerza es de corto alcance, por lo que no llega más allá del núcleo.

⇒ Un átomo neutro tiene tantos electrones como protones.
⇒ Un ion positivo tiene un déficit de electrones.
⇒ Un ion negativo tiene exceso de electrones.

Para dar a un cuerpo una carga excedente negativa, se puede tanto sumar cargas negativas como eliminar cargas positivas. En forma similar, un exceso de carga positiva se crea cuando se agregan cargas positivas o se eliminan cargas negativas.

La carga electrica se conserva

Dos principios fundamentales:

⇒ La suma algebraica de todas las cargas electricas en cualquier sistema cerrado es constante.

Esto se debe a que en cualquier proceso de carga, éste no se crea ni se destruye, sino que se transfiere de un cuerpo a otro.

⇒ La magnitud de la carga del electrón o del protón es la unidad natural de carga.

Toda cantidad observable de carga eléctrica siempre es un múltiplo entero de esta unidad basica. Decimos que la carga esta cuantizada.

Evalue su comprensión: a) Estrictamente hablando, la verilla de plástico pesa más o menos o lo mismo despues de frotarla con la piel? b) ¿Y la varilla de vidrio una vez que se frota con seda? ¿Qué pasa con c) la piel y d) La seda?

Respuestas: a) la verilla de plástico pesa más, b) la vrilla de vidrio pesa menos, c) la piel pesa un poco menos, d) la seda pesa un poco menos. La verilla de plástico obtiene una carga negativa al tomar electrones de la piel, por lo que la verilla pesa un poco más y la piel pierde peso después del frotamiento. En contraste, la verilla de vidrio obtiene una carga positiva porque cede electrones a la seda, asi que despues de frotarse, la verilla de vidrio pesa un poco menos, y la seda un poco más. El cambio en el peso es muy pequeño: el número de electrones transferidos es una fracción pequeña del mol, y un mol de electrones tiene una masa de tan sólo ($6,02 \times 10^{23}$ electrones) ($9,11 \times 10^{-31}$ kg / electrón) $= 5.48 \times 10^{-7}$ Kg $= 0,548$ miligramos.

Conductores, aislantes y cargas inducidas

Los conductores permiten que las cargas electricas se muevan con facilidad de una región a otra, mientras que los materiales aislantes no. En la mayoría de los casos, los metales son buenos conductores.
Los materiales conductores nos permiten la transferencia de carga de un cuerpo con una carga inicial a otro inicialmente sin carga. Los materiales no conductores no permiten esta transferencia. También existen los materiales semiconductores, que son aquellos que tienen propiedades intermedias entre los de buenos conductores y buenos aislantes.

Carga por inducción.

Es el proceso por el cual un cuerpo cargado como por ejemplo una varilla cargada, da a otro cuerpo una carga de signo contrario, sin que pierda una parte de su carga.
Ej: si acercamos una varilla con carga negativa, sin que llegue a tocar a una esfera metalica, que se sostiene de un material aislante y sin carga.
Los electrones libres en la esfera metálica, son

repelidos por los electrones excedentes en la varilla y se desplazan hacia el lado contrario, lejos de la varilla.
No pueden escapar de la esfera porque tanto el soporte como el aire son aislantes. Por lo que existe un exceso de cargas negativas en la superficie derecha de la esfera y una deficiencia de carga negativa (es decir, hay una carga positiva neta) en su superficie izquierda.
Estas cargas excedentes se llaman cargas inducidas.
Si se retira la varilla cargada, los electrones libres regresan a la izquierda y se restablece la condición de neutralidad original.
Ahora si conectamos una varilla metalica en el lado derecho de la esfera y la conectamos a tierra, esta recibe los electrones no deseado y al desconecta la varilla metalica de la esfera, esta adquiere una carga neta positiva.

Fuerzas eléctricas en objetos sin carga

Cuando acercamos un objeto cargado a otro neutro, los electrones y los protones que estan en igual cantidad, se organizan a un lado y al otro, esto hace que la fuerza de atracción, vensa a la fuerza de repulción. Esta interacción es un efecto de carga inducida.

Evalúe su comprensión: Imagine que tiene dos esferas metálicas ligeras y que cada una de ellas cuelga de un cordón de nailon aislante. Una de las esferas tiene carga neta negativa; en tanto que la otra no tiene carga neta. a) Si las esferas están cerca una de la otra pero no se tocan, ¿i) se atraen mutuamente, ii) se repelen o iii. no ejercerán fuerza alguna sobre la otra? b) Ahora se permite que las esferas entren en contacto. Una vez que se toquen, ¿las dos esferas i) se atraerán, ii) se repelerán o iii) no ejercerán fuerza alguna sobre la otra?

Respuesta: a) i), b) ii). Antes de que las dos esferas se toquen, la esfera con carga negativa ejerce una fuerza de repulsión sobre los electrones de la otra esfera, lo cual origina zonas de carga inducida negativa y positiva. La zona positiva esta más cerca de la esfera cargada negativamente que la zona negativa, por lo que hay una fuerza neta de atracción que jala a las esferas una hacia la otra. Una vez que se toquen las dos esferas metálicas, algo del exceso de electrones de la esfera con carga negativa fluirá hacia la otra esfera (porque los metales son conductores). Entonces, las dos esferas tendrán una carga negativa neta y se repelerán mutuamente.

Ley de Coulomb

En 1784 Charles Augustin de Coulomb, descubrió que para cargas puntuales, cuerpos cargados muy pequeños en comparación con la distancia r que los separa, la fuerza electrica es proporcional a $1/r^2$. Es decir, cuando se duplica la distancia r, la fuerza disminuye a $1/4$ de su valor inicial; cuando la distancia disminuye a la mitad, la fuerza incrementa cuatro veces su valor.

La magnitud de la fuerza electrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

En terminos matemáticos, la magnitud F de la fuerza que cada una de las dos cargas puntuales, q_1 y q_2, separadas a una distancia r, ejerce sobre la otra se expresa como:

$$F = K \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

K es una constante de proporcionalidad cuyo valor numérico depende del sistema de unidad que se emplee.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \ N.m^2/C^2$$ o el valor aproximado

$$9,0 \times 10^9 \ N.m^2/C^2$$

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$ (Ley de Coulomb: Fuerza entre dos cargas puntuales

Ej: La fuerza electrica contra la fuerza gravitatoria.

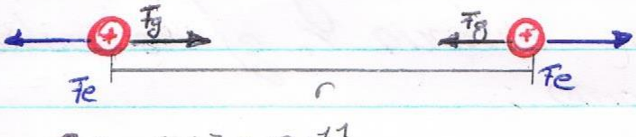
Una partícula α es el núcleo de un átomo de helio. Tiene una masa $m = 6{,}64 \times 10^{-27}$ Kg y una carga de $q = \pm 2e = 3{,}2 \times 10^{-19}$ C. Compare la fuerza de la repulsión electrica entre dos partículas α con la fuerza de la atracción gravitatoria que hay entre ellas.

Este problema implica: Ley de Newton de la fuerza de gravedad entre partículas.

$$F_g = G\frac{m^2}{r^2}$$

Ley de Coulomb

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q^2}{r^2}$$



$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$

$m = 6{,}64 \times 10^{-27}$

$q = 3{,}2 \times 10^{-19}$

Se pide $\frac{F_e}{F_g} = \dfrac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q^2}{r^2}}{\frac{G.m^2}{r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{q^2}{r^2}\cdot\frac{r^2}{G.m^2}$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0.\cancel{r^2}}\cdot\frac{\cancel{r^2}}{G.m^2} = \frac{(3{,}2 \times 10^{-19})^2}{9{,}0 \times 10^{-9} \cdot 6{,}67 \times 10^{-11}(6{,}64 \times 10^{-27})^2}$$

$\frac{F_e}{\ } = 3{,}1 \times 10^{35}$

R// La fuerza gravitatoria es despreciable en comparación con la fuerza electrica.

Superposición de fuerzas

Experimentos han demostrado que cuando dos cargas ejercen fuerzas de manera simultanea sobre una tercera carga, la fuerza total que actúe sobre esa carga es la suma vectorial de las fuerzas que las dos cargas ejercen individuales.
Esta propiedad importante, llamada principio de superposición de fuerzas, se cumple para cualquier número de cargas.

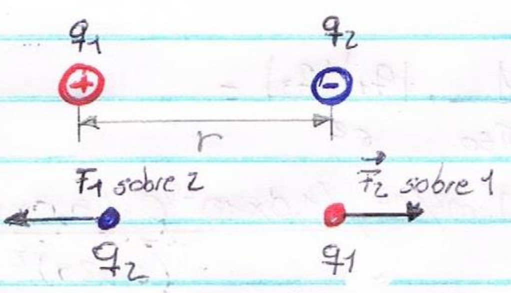
Ej: Fuerza entre dos cargas

Dos cargas puntuales, $q_1 = +25nC$ y $q_2 - 75nC$, están separadas por una distancia de 3.0 cm. Calcule la magnitud y la dirección de a) la fuerza eléctrica que q_1 ejerse sobre q_2 y b) la fuerza electrica que q_2 ejerce sobre q_1

$q_1 = +25 \times 10^{-9}$

$q_2 = -75 \times 10^{-9}$

$r = 0,030\ m$



a)

$$F_{1 \text{ sobre } 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2} =$$

$$(9.0 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2) \frac{|+25 \times 10^{-9}|\ |-75 \times 10^{-9} C|}{(0,030)^2} = 0,019\ N$$

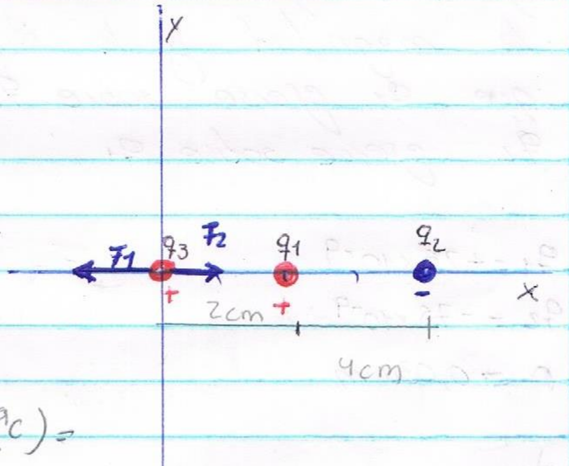
b) La tercera ley de Newton se aplica a la fuerza electrica. Aun cuando las cargas tienen diferentes magnitudes, la magnitud de la fuerza que q_2 ejerce sobre q_1 es la misma.

$F_{2\ sobre\ 1} = 0{,}019\ N$

Ej: Suma vectorial de fuerzas electricas en un plano.

Dos cargas puntuales se localizan en el eje +x de un sistema de coordenadas. La carga $q_1 = 1{,}0\,nC$ esta a 2,0 cm del origen, y la carga $q_2 = -3{,}0\,nC$ esta a 4,0 cm del origen. ¿Cual es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre $q_3 = 5{,}0\,nC$ que se encuentra en el origen? Las fuerzas gravitatorias son despreciables.

$q_1 = 1{,}0 \times 10^{-9}$
$q_2 = 3{,}0 \times 10^{-9}$
$q_3 = 5{,}0 \times 10^{-9}$



$F_{1\ sobre\ 3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_3|}{r^2} =$

$(9{,}0 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2) \frac{(1{,}0 \times 10^{-9} C)(5{,}0 \times 10^{-9} C)}{(0{,}020)^2} =$

$= 1{,}12 \times 10^{-4}\ N = \boxed{112\ \mu N}$

F_1: Tiene componente x negativa porque q_3 es empujada en la direccion -x por q_1

$F_{2\ sobre\ 3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = (9{,}0 \times 10^9\ N \cdot m/C^2) \frac{(1{,}0 \times 10^{-9} C)(5{,}0 \times 10^{-9} C)}{(0{,}040)^2} =$

$= 8{,}4 \times 10^{-5}\ N = \boxed{84\ \mu N}$

F_2 tiene componente $+x$ debido a que q_3 es atraído hacia q_2

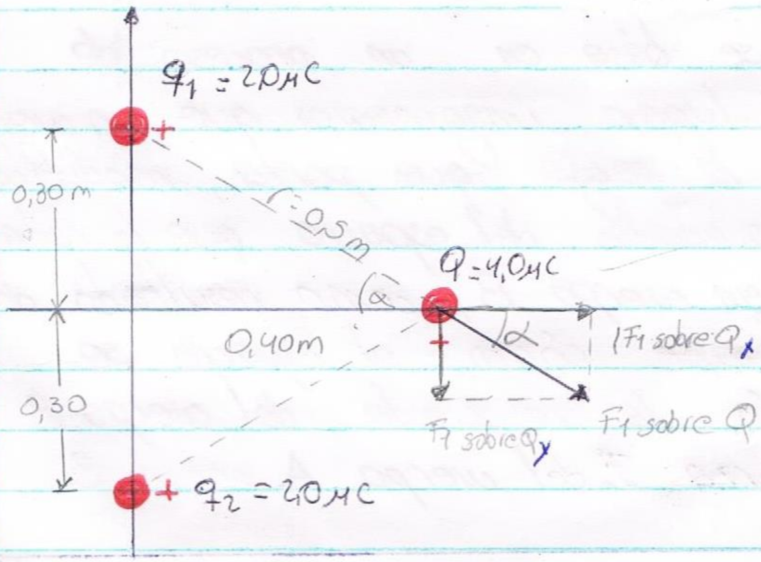
La suma de las componentes x es

$F_x = -112\,\mu N + 84\,\mu N = -28\,\mu N$

F_x tiene componente $-x$ y su magnitud es $2{,}8 \times 10^{-5}$

Ej: Suma vectorial de fuerzas eléctricas en un plano

Dos cargas puntuales y positivas, $q_1 = q_2 = 2{,}0\,\mu C$ se localizan en $x = 0$ $y = 0{,}30\,m$ y $x = 0$ $y = -0{,}30\,m$ respectivamente ¿Cuales son la magnitud y la dirección de las fuerzas eléctricas total (neta) que ejercen estas cargas sobre una tercera carga, también puntual $Q = 4{,}0\,\mu C$ en $x = 0{,}40\,m$ y $y = 0$?



$r^2 = 0{,}40^2 + 0{,}30^2$

$r = \sqrt{0{,}16 + 0{,}09}$

$\boxed{r = 0{,}5\,m}$

$F_1 \text{ sobre } Q = (9{,}0 \times 10^9)\dfrac{(4{,}0 \times 10^{-6} C)(2{,}0 \times 10^{-6} C)}{(0{,}50\,m)^2}$

$\boxed{F_1 \text{ sobre } Q = 0{,}29\,N}$

F_1 sobre Q_x = F_1 sobre $Q \cdot \cos\alpha = (0{,}29\,N) \cdot \frac{0{,}40\,m}{0{,}50\,m} = \boxed{0{,}23\,N}$

F_1 sobre Q_y = F_1 sobre $Q \cdot \operatorname{sen}\alpha = -(0{,}29\,N) \cdot \frac{0{,}30}{0{,}50} = \boxed{-0{,}17\,N}$

Sabiendo que la carga q_2 ejerce una fuerza de la misma magnitud, pero con ángulo α arriba del eje x. Por simetría, se ve que su componente x es la misma que la de la carga superior, pero con signo contrario.

$$F_x = 0{,}23\,N + 0{,}23\,N = 0{,}46\,N$$
$$F_y = -0{,}17\,N + 0{,}17\,N = 0$$

La Fuerza total sobre Q esta en la dirección +x con magnitud de 0,46 N.

Evalúe su Comprensión: Suponga que la carga q_2 del ejemplo 21,4 fuera de -2.0 μC. En este caso, la fuerza eléctrica total sobre q estaría i) en la dirección +x; ii) en la dirección -x; iii) en la dirección +y; iv) en la dirección -y; v) igual a cero; vi) ninguna de las anteriores

Respuesta: iv) La fuerza ejercida por q_1 sobre Q es como en el ejemplo 21.4 La magnitud de la fuerza ejercida por q_2 sobre Q es incluso igual a F_1 sobre Q, pero la dirección de la fuerza ahora es hacia q_2 con un ángulo α por debajo del eje x. Entonces, las componentes x de las dos fuerzas se anulan, mientras que las componentes y (negativa) se suman, y la fuerza eléctrica total ocurre en la dirección negativa del eje y.

El campo eléctrico y las fuerzas eléctricas

La idea de campo se básea en un proceso de dos etapas. En primer lugar imaginemos que un cuerpo A, como resultado de la carga que porta, modifica de algún modo las propiedades del espacio que lo rodea. Después veamos que un cuerpo B, como resultado de la carga que tiene, percibe cómo el espacio se modifico en su posición. La respuesta del cuerpo B es experimentar la fuerza $\vec{F}_0$ del cuerpo A.

> La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo electrico que otros cuerpos cargados originan.

se define el campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto como la fuerza eléctrica $\vec{F_0}$ que experimenta una carga de prueba q_0 en dicho punto, dividido entre la carga q_0.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_0}}{q_0}$$ ⇒ (definición de campo eléctrico como fuerza eléctrica por unidad de carga)

En el SI la unidad para la magnitud del campo eléctrico es 1 newton por coulomb (1 N/C)

Si se conoce el campo eléctrico $\vec{E}$, la ecuación se reacomoda y da la fuerza $\vec{F_0}$ experimentada por una carga puntual q_0 colocada en ese punto. Esa fuerza es igual al campo eléctrico $\vec{E}$ producido en ese punto por cargas distintas de q_0, multiplicado por la carga q_0:

$$\vec{F_0} = q_0 \cdot \vec{E}$$ (la fuerza ejercida sobre una carga puntual q_0 por un campo eléctrico $\vec{E}$)

→ Es sólo para cargas puntuales ya que la fuerza experimentada por una carga de prueba q_0 varía de un punto a otro, de manera que el campo eléctrico también es diferente en puntos distintos.

El campo electrico de una carga puntual

Si la fuerza de distribución es una carga puntual q, será fácil encontrar el campo eléctrico que produce. A la ubicación de la carga llamemos el punto de origen; y al punto P donde se determine el campo, el punto de campo. Tambien es útil introducir un vector unitario $\hat{r}$ que va del punto de origen, al punto de campo.
Si colocamos una pequeña carga de prueba q_0 en el punto de prueba P, a una distancia r del punto de origen, la magnitud F_0 de la fuerza esta dada por la ley de Coulomb:

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q||q_0|}{r^2}$$

De la ecuación $E = \frac{F}{q_0}$ se obtiene la magnitud E del campo electrico P.

$$E = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|\cancel{|q_0|}}{r^2}}{\cancel{|q_0|}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \text{Magnitud del campo eléctrico}$$

Con el vector unitario $\hat{r}$, escribimos una ecuación vectorial que nos de la magnitud y direación.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{campo electrico de una carga puntual})$$

Si usamos un sistema de coordenadas rectangulares (x, y, z), cada componente de $\vec{E}$ en cualquier punto en general es función de las coordenadas (x, y, z) del punto. Dichas funciones se representan com $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$ y $E_z(x, y, z)$

En ciertas situaciones, la magnitud y la dirección del campo así como sus componente vectoriales tienen los mism valores en cualquier parte de una región dada, en este caso se dice que el campo es uniforme en tal región.

Por definición, una situación electrostática es aquella donde las cargas no tienen movimiento neto.

En electrostática, el campo electrico en cada punto dentro del material de un conductor debe ser igual a cero.

Ej:

Magnitud del campo eléctrico para una carga puntual.

¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en un punto situado a 2,0 m de una carga puntual q = 4.0 n (La carga puntual puede representar cualquier objeto pequeño cargado con este valor de q, si las dimensiones del objeto son mucho menores que la distancia entre el objeto y el punto de carga.)

$q = 4.0\,nC$

$r = 2.0\,m$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} = (9{,}0 \times 10^9\,N.m^2/C^2)\frac{4.0 \times 10^{-9}\,C}{(2{,}0\,m)^2}$$

$$= 9{,}0\,N/C$$

Para comprobar el resultado, se emplea la definición de campo eléctrico como la fuerza eléctrica por unidad de carga.

⇒ Primero para obtener la magnitud F_0 usamos ley de Coulomb.

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q||q_0|}{r^2} = (9{,}0\times10^{9}\,N.m^2/C^2)\,\frac{4{,}0\times10^{-9}\,|q_0|}{(2{,}0)^2} =$$

$$F_0 = (9{,}0\,N/C)|q_0|$$

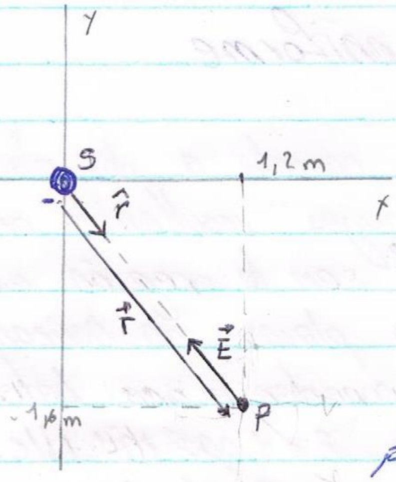
Entonces la magnitud de $\vec{E}$ es:

$$E = \frac{F_0}{|q_0|} = \frac{(9{,}0\,N/C)\cancel{|q_0|}}{\cancel{|q_0|}} = \boxed{9{,}0\,N/C}$$

Conclución: Como q es positiva, la dirección de $\vec{E}$ en este punto ocurre a lo largo de la linea que va de q a q_0. Sin embargo, la magnitud y la dirección de $\vec{E}$ no dependen del signo de q_0 ya que este se cancela.

Ej: Vector de campo eléctrico de una carga puntual.

Una carga puntual $q = -8{,}0\,nC$ se localiza en el origen. Obtenga el vector del campo eléctrico en el punto del campo $x = 1{,}2\,m$, $y = -1{,}6\,m$.



$q = -8{,}0\,nC$

$x = 1{,}2\,m$

$y = -1{,}6\,m$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(1{,}2)^2+(-1{,}6)^2} = 2{,}0\,m$$

⇒ El vector unitorio $\hat{r}$ está dirigido del punto de origen al punto del campo.
Es igual al vector de desplazamiento $\vec{r}$ del punto de origen al punto del campo, dividido entre su magnitud r.

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(1{,}2\,m)\hat{\imath} + (-1{,}6\,m)\hat{\imath}}{2{,}0\,m} = 0{,}60\hat{\imath} - 0{,}80\hat{\jmath}$$

Entonces el vector del campo eléctrico es:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}\hat{r} = (9{,}0\times10^9\,N.m^2/C^2)\frac{(-8{,}0\times10^{-9}C)}{(2{,}0\,m)^2}(0{,}60\hat{\imath} - 0{,}80\hat{\imath})$$

$$= (-11\,N/C)\hat{\imath} + (14\,N/C)\hat{\jmath}$$

Como q es negativa, $\vec{E}$ tiene una dirección que va del punto del campo a la carga (el punto de origen), en dirección opuesta a $\hat{r}$

Magnitud y dirección $\vec{E}$:

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_0|\,|q|}{r^2}$$

$$F_0 = (9{,}0\times10^9\,N.m/c^2).\frac{(-8{,}0\times10^{-9}C)|q}{(2{,}0\,m)^2}$$

$$F_0 = -18.|q_0|\ N/C$$

$$E = \frac{F_0}{|q_0|} = \frac{-18.|q_0|}{|q_0|}$$

$$\boxed{E = -18\,N/C}$$

R// Com q es negativa, la dirección de $\vec{E}$ apunta en dirección a la carga

Ej: Un electrón en un campo uniforme

Cuando la terminal de una batería se conecta a dos placas conductoras, grandes y paralelas, las cargas resultantes en las placas originan un campo eléctrico $\vec{E}$ en la región entre ellas, que es casi uniforme. Si las placas son horizontales y están separadas por 1,0 cm y se conectan a una batería de 100 V, la magnitud del campo es $E = 1,00 \times 10^4$ N/C. Suponga que la dirección de $\vec{E}$ es vertical hacia arriba.

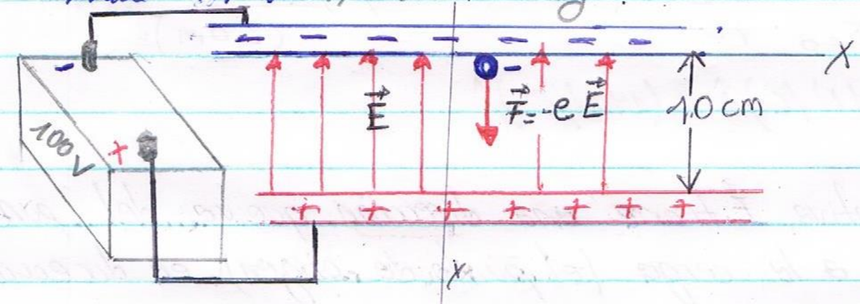
a) Si un electrón en reposo se libera de la placa superior, ¿Cuál es su aceleración?

b) ¿Qué rapidez y qué energía cinética adquiere el electrón cuando viaja 1,0 cm hacia la placa inferior?

c) ¿Cuánto tiempo se requiere para que recorra esa distancia?

Carga de electron $-e = -1,60 \times 10^{-19}$ C

Masa m : $9,11 \times 10^{-31}$ Kg



a) Como F_y es constante, el electron se mueve con aceleración constante a_y dada por:

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{(-1,60 \times 10^{-19} C)(1,00 \times 10^4 N/C)}{9,11 \times 10^{-31} Kg}$$

$$\boxed{a_y = -1,76 \times 10^{15} m/s^2}$$

b) El electrón parte del reposo, por lo que su movimiento es tan solo en dirección del eje y. Utilizamos la fórmula con aceleración constante:

$$V_y{}^2 = V_{oy}{}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

$V_{oy} = 0$

$y_0 = 0$

$y = 1{,}0cm = -1{,}0 \times 10^{-2} m$

$$|V_y| = \sqrt{2a_y y} = \sqrt{2(-1{,}76 \times 10^{15} m/s^2)(-1{,}0 \times 10^{-2} m)}$$

$= 5{,}9 \times 10^6 m/s$ Como la velocidad es hacia abajo, su componente y es $V_y = -5{,}9 \times 10^6 m/s$

La energía cinética del electrón es:

$$K = \frac{1}{2} m.v^2 = \frac{1}{2}(9{,}11 \times 10^{-31} Kg)(5{,}9 \times 10^6 m/s)^2$$

$$\boxed{K = 1{,}6 \times 10^{-17} J}$$

c) De la fórmula con aceleración constante $V_y = V_{oy} + a_y t$ obtenemos el tiempo

$$t = \frac{V_y - V_{oy}}{a_y} = \frac{(-5{,}9 \times 10^6 m/s) - (0 m/s)}{-1{,}76 \times 10^{15} m/s^2} = 3{,}4 \times 10^{-9} s$$

Ej: Una trayectoria del electrón

Si se lanzara un electrón hacia el campo electrico del ejemplo anterior, con velocidad horizontal inicial v_0. ¿Cuál sería la ecuación de su trayectoria?

=) La aceleración es constante en la dirección negativa del eje y (no hay aceleración en la dirección x) Entonces usaremos la ecuación para el movimiento en dos dimenciones con aceleracion constante.

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

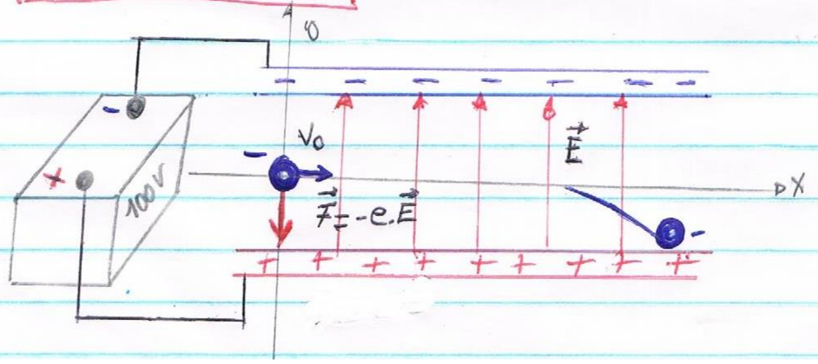
se tiene $a_x = 0$ y $a_y = (-e)\frac{E}{m}$. En $t = 0$, $x_0 = y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$ y $v_{0y} = 0$

entonces en el tiempo t:

$$x = v_0 t \quad y \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{-1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

Se elimina t entre estas ecuaciones, y se obtiene.

$$\boxed{y = \frac{-1}{2} \frac{eE}{m \cdot v_0^2} x^2}$$



Evalúe su comprensión: a) Una carga puntual negativa se mueve a lo largo de una trayectoria recta directamente hacia una carga puntual positiva estacionaria. ¿Qué aspecto(s) de la fuerza eléctrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud; ii) dirección; iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección. b) Una carga puntual negativa se desplaza a lo largo de una órbita circular, alrededor de una carga puntual positiva. ¿Qué aspecto(s) de la fuerza electrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud; ii) dirección; iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección.

Respuesta: a) ii, b) i. El campo electrico $\vec{E}$ producido por una carga puntual positiva apunta directamente alejandose de la carga y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre la carga y el punto del campo. De ahí que una segunda carga puntual negativa, $q < 0$, recibirá un fuerza $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ que apunta directamente hacia la carga positiva y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre las dos cargas. Si la carga negativa se mueve directamente hacia la carga positiva, la dirección de la fuerza permanece igual (a lo largo de la linea del movimiento de la carga negativa); pero la magnitud de la fuerza se incrementa a medida que disminuye la distancia r. Si la carga negativa se mueve en círculo alrededor de la carga positiva, la magnitud de la fuerza permanece igual (porque la distancia r es constante); pero la dirección de la fuerza cambia (cuando la carga negativa está en el lado derecho de la carga positiva, la fuerza va hacia la izquierda; cuando la carga negativa esta en el lado izquierdo de la carga positiva, la fuerza va hacia la derecha).

Cálculo de campos electricos

Hasta el momento hemos estudiado el campo eléctrico causado por una sola carga puntual. Sin embargo, en la mayoria de los casos reales, que implican campos y fuerzas electricas, se encuentra que la carga esta distribuida en el espacio.

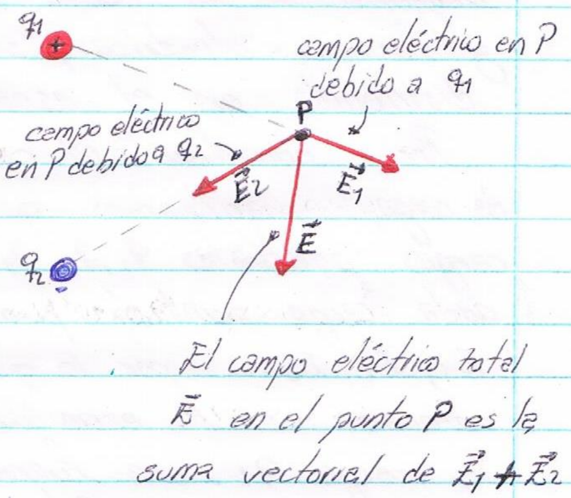
Para encontrar el campo originado por una distribuc de carga, imaginamos que esta constituida por muchas cargas puntuales $q_1, q_2, q_3 \ldots$ En cualquier punto P dado, cada carga puntual produce su propio campo eléctrico $E_1, E_2, E_3 \ldots$ por lo que una carga de prueba q_0 colocada en P experimenta una fuerza $\vec{F_1} = q_0 E_1$ de la carga q_1, una fuerza $\vec{F_2} = q_0 \vec{E_2}$ de la carga q_2 y así sucesivamente. Del principio de superposición de fuerzas, la fuerza total $\vec{F_0}$ que la distribución de carga ejerce sobre q_0 es la suma vectorial de estas fuerzas individuales:

$$\vec{F_0} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \ldots = q_0 \vec{E_1} + q_0 \vec{E_2} + q_0 \vec{E_3} + \ldots$$

El efecto combinado de todas las cargas en la distribución queda descrito por el campo eléctrico total $\vec{E}$ en el punto P. Mediante la definición de campo eléctrico es es:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_0}}{q_0} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} + \ldots$$

El campo eléctrico total en P es la suma vectorial de los campos en P debidos a cada carga puntual en la distribución de carga. Este es el principio de superposición de campos eléctricos.



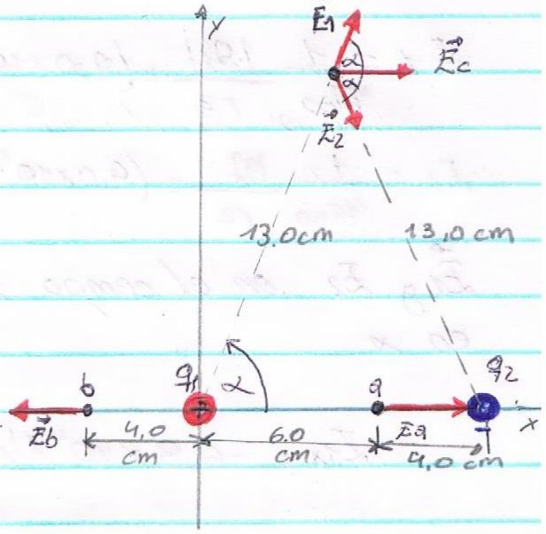
=) Para una distribución de carga en línea, usamos λ (letra griega lamba) para representar la densidad lineal de carga (carga por unidad de longitud, medida e C/m).

=) Cuando la carga está distribuida sobre una superficie (como un tambor,) se usa σ (sigma) para representar la densidad superficial de carga (carga por unidad de área, se mide en C/m^2).

=) Y cuando la carga se distribuye en un volumen, se usa ρ (ro) para representar la densidad volumetrica de carga (carga por unidad de volumen $C\,m^3$)

Ej: Campo de un dipolo electrico

Dos cargas puntuales q_1 y q_2 de $+12\,nC$ y $-12\,nC$, respectivamente, están separados por una distancia de 0,10 m. Esta combinación de dos cargas de igual magnitud y signos opuestos se denomina dipolo eléctrico. Calcule el campo eléctrico causado por q_1, el campo causado por q_2, y el campo total en a) el punto a b) el punto b y c) en el punto c.



a) En el punto a, los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$, ocasionados por q_1 positiva y q_2 negativa, estan dirigidos hacia la derecha.
La magnitud de $\vec{E}_1$ y E_2 son:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1|}{r^2} = (9{,}0\times10^9\,N.m^2/C^2)\frac{(12\times10^{-9}C)}{(0{,}060m)^2} =$$

$$\boxed{E_1 = 3.0\times10^4\,N/C}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2|}{r^2} = (9{,}0\times10^9\,N\,m^2/C^2)\frac{(12\times10^{-9}C)}{(0{,}040\,m)^2}$$

$$\boxed{E_2 = 6{,}8\times10^4\,N/C}$$

$\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ tienen componente unicamente en x

$E_{1x} = 3.0\times10^4\,N/C$
$E_{2x} = 6.8\times10^4\,N/C$

En el punto a, el campo electrico total $E_a = E_1 + E_2$

$(E_a)_x = E_{1x} + E_{2x} = (3{,}0 + 6{,}8)\times10^4\,N/C$
$\vec{E}_a = (9{,}8\times10^4\,N/C)\hat{i}$ y esta dirigido hacia la derecha.

b) En el punto b, el campo $\vec{E}_1$ debido a q_1 se dirige hacia la izquierda que el campo E_2 debido a q_2 tiene dirección hacia la derecha. Las magnitudes de E_1 y E_2 son

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1|}{r^2} = (9{,}0\times10^9 N.m/C^2)\frac{(12\times10^{-9}C)}{(0{,}040m)^2} = \boxed{6{,}8\times10^4 N/C}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2|}{r^2} = (9{,}0\times10^9 N.m/C^2)\frac{12\times10^{-9}C}{(0{,}140m)^2} = \boxed{0{,}55\times10^4 N/C}$$

$\vec{E}_1$ y E_2 en el campo E_b tienen componente unicamente en x E_{1x} y $E_{2x} = 0$

$E_{1x} = -6{,}8\times10^4 N/C$ $(E_b)_x = E_{1x} + E_{2x} = (-6{,}8+0{,}55)\times10^4 N/C$

$E_{2x} = 0{,}55\times10^4 N/C$ $\vec{E}_b = (-6{,}2\times10^4 N/C)\hat{\imath}$ y se dirige a la izquierda.

c) En el punto c, tanto $\vec{E}_1$ como $\vec{E}_2$ tienen la misma magnitud, ya que dicho punto esta a la misma distancia de ambas cargas y las cargas tienen la misma magnitud.

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2} = (9{,}0\times10^9 N.m/C^2)\frac{12\times10^{-9}C}{(0{,}130)^2} = \boxed{6{,}39\times10^3 N/C}$$

La dirección de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se ilustra en la figura. Las componentes x de ambas vectores son las mismas:

$$E_{1x} = E_{2x} = E_1 . \cos\alpha = (6.39\times10^3 N/C)\left(\frac{5}{13}\right) = \boxed{2{,}46\times10^3 N/C}$$

Por simetría, las componentes y E_{1y} y E_{2y} son iguales y opuestas por lo que suman cero. De aqui que las componentes del campo total $\vec{E}_c$ es:

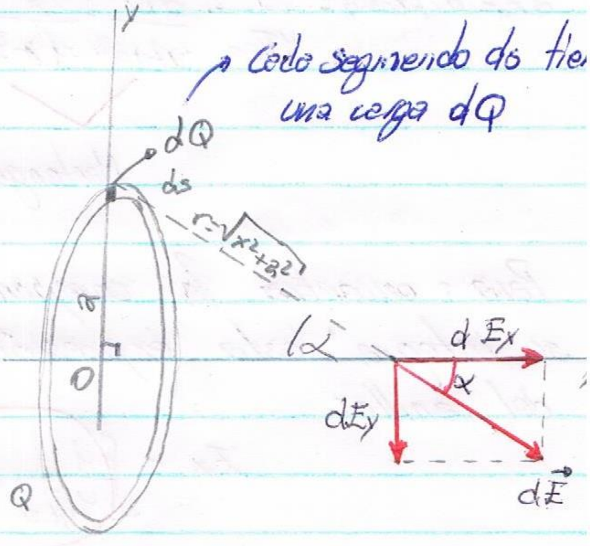
$$(E_c)_x = E_{1x} + E_{2x} = 2(2{,}46\times10^3 N/C) = \boxed{4{,}9\times10^3 N/C}$$
$$(E_c)_y = E_{1y} + E_{2y} = 0$$

De modo que en el punto c el campo eléctrico total tiene una magnitud de 4.9×10^3 N/C y esta dirigido hacia la derecha por lo que

$$\vec{E}_c = (4.9 \times 10^3 \ N/C)\hat{i}$$

Ej: Campo de un anillo con carga.

Un conductor en forma de anillo con radio a tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme en todo su perímetro. Encuentre el campo eléctrico en el punto P que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia x del centro.



El cálculo de $\vec{E}$ se simplifica mucho debido a que P se encuentra sobre el eje de simetría del anillo.

Cuando sumemos las contribuciones desde todos los pares correspondientes de segmentos, resulta que el campo total $\vec{E}$ sólo tendrá sólo tendrá componente en el eje x. Sin componentes perpendiculares a dicho eje.

Por lo tanto el campo en P queda descrito por su componente en $x = E_x$.

Para calcular E_x observemos que la distancia r del segmento del anillo al punto P a : $r^2 = x^2 + a^2$

$$r^2 = \underbrace{x^2 + a^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{\underbrace{x^2 + a^2}}$$

La componente x, dE_x es igual $\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} \Rightarrow$ al hacer la operación inversa $\sqrt{\ }$ obteng:

$$\frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$dE_x = dE_x \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \underbrace{\frac{dQ}{x^2+a^2} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x\,dQ}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

Mantengo la base y sumo los exponentes $\boxed{1 + 1/2 = 3/2}$

Para encontrar la componente x total, E_x, del campo en P, se integra esta expresión a lo largo de todos los segmentos del anillo:

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x\,dQ}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

Todo es constante

Como x no varia a medida que nos movemos de un punto a otro alrededor del anillo.

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} \int dQ$$

La integral de dQ es Q

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} \cdot Q$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{xQ}{(x^2+a^2)^{3/2}} \longrightarrow \boxed{\vec{E} = E_x i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}\, i}$$

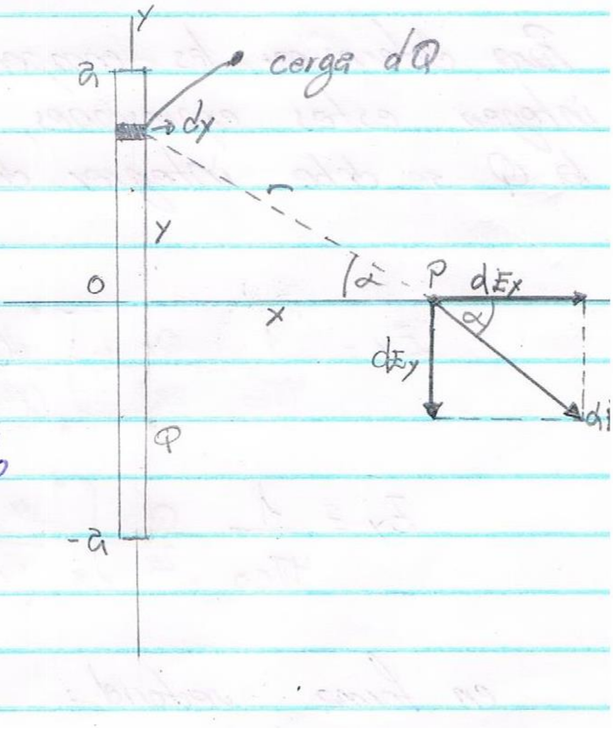
Cuando el punto P se encuentre mucho mas lejos del anillo que el tamaño de éste (es decir, $x \gg a$), el denominador de la ecuación toma un valor cercano a x^3, y la expresión se convierte aproximadamente en:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2}\, i$$

Ej: Campo de una línea con carga

Una carga electrica Q, positiva esta distribuida uniformemen[te] a lo largo de una línea con longitud de 2a que se ubica sobre el eje y, entre $y = -a$ y $y = +a$.

Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x, a una distancia x del origen.



⇒ Si la carga se distribuye de manera uniforme, la densidad lineal de la carga λ en cualquier punto de la linea es igual a $Q/2a$ (La carga total dividida entre la longitud total)

Entonces la carga dQ en un segmento de longitud dy es:

$$dQ = \lambda dy = \frac{Q dy}{2 \cdot a}$$

La distancia r entre segmento y P es $(x^2+y^2)^{1/2}$

La magnitud dE, en P es:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \boxed{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dy}{2a(x^2+y^2)}}$$

Las componentes x y y: $dE_x = dE.\cos\alpha$
$dE_y = dE.\operatorname{sen}\alpha$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{(x^2+a^2)^{1/2}} \Rightarrow dE_y = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dy}{2a(x^2+y^2)}\cdot\frac{y}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \boxed{\frac{-Q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{y\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}} \Rightarrow dE_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dy}{2a(x^2+y^2)}\cdot\frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}} = \boxed{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{x\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}}$$

Para determinar las componentes del campo total E_x y E_y se integran estas expresiones, considerando que para incluir toda la Q se debe integrar desde $y=-a$ hasta $y=+a$.

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Qx}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{y\,dy}{(x^2+y^2)} = 0$$

en forma vectorial:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,i$$

¿Qué ocurre en el límite cuando x es mucho más grande que a? Se puede ignorar a en el denominador de la ecuación.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} \hat{i}$$

Esto significa que si el punto P se halla muy lejos de la línea de carga en comparación con la longitud de la línea, el campo P es el mismo que de una carga puntual.

Al sustituir y simplificar en términos de la densidad de carga: $\lambda = \frac{Q}{2a}$ = $\boxed{Q = 2a\lambda}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}} \hat{i}}$$

Ahora se puede responder la pregunta: ¿cuál es el valor de $\vec{E}$ a una distancia x a partir de una línea de carga muy larga? Para eso tomemos el límite de la ecuación anterior y cuando a tiende a ser muy larga. En ese límite, el término $\frac{x^2}{a^2}$ en el denominador se hace mucho más pequeño que la unidad y se puede desechar.

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \hat{i}$$

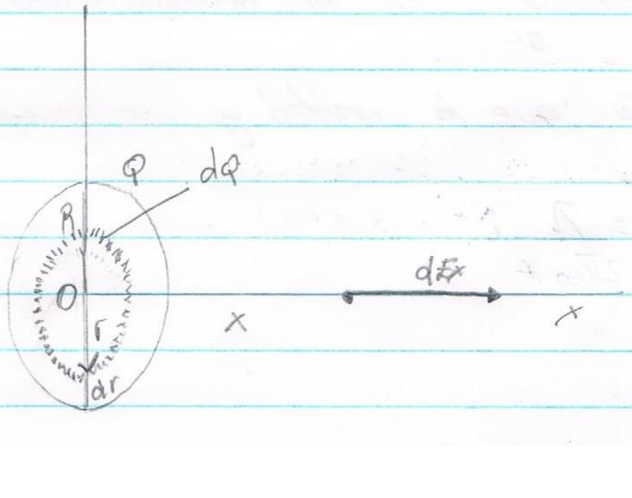
La magnitud del campo sólo depende de la distancia en el punto P a la linea de carga. Por lo tanto, a una distancia perpendicular r desde la linea en cualquier dirección, $\vec{E}$ tiene la magnitud.

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad \text{(Linea infinita de carga)}$$

Así el campo electrico debido a una linea de carga de longitud infinita es proporcional a $1/r$, y no a $1/r^2$ como fue el caso para una carga puntual. Si λ es positiva, la dirección de $\vec{E}$ es radial hacia fuera con respecto a la recta, y si λ es negativa es radial hacia dentro.

Ej: Campo de un disco con carga uniforme

Encuentre el campo electrico que genera un disco de radio R con densidad superficial de carga (carga por unidad de area) positiva y uniforme, σ, en un punto a lo largo del eje del disco a una distancia x de su centro. Suponga que x es positiva.



se representa la distribución de carga como un conjunto de anillos concentricos de carga dQ, como se indica. Se conoce el campo de un solo anillo sobre su eje de simetria, por lo que todo lo que tenemos que hacer es sumar las contribuciones de los anillos.

Carga dQ el radio interior es r y exterior $r+dr$.
El área dA es aproximadamente igual a su ancho dr multiplicado por su circunferencia $2\pi r$, o $dA = 2\pi r\,dr$.
La carga por unidad de área e $\sigma = \frac{dQ}{dA}$, por lo que la carga del anillo es $dQ = \sigma$
$dA = \sigma\,(2\pi dr)$, o:

$$\boxed{dQ = 2\pi\sigma r\,dr}$$

La componente de campo dE_x en el punto P debido a la carga dQ es:

$$\boxed{dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}}}$$

Para calcular el campo total debido a todo el anillo, se integra dE_x sobre r, desde $r=0$ hasta $r=R$

Es constante

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}} =$$

$$\frac{\sigma x}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

En la integración x es una constante, y la variable de integración es r. La integral se evalúa usando la sustitución $z = x^2 + r^2$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} + \frac{1}{x}\right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{x^2}+1}}\right]$$

El campo eléctrico debido al anillo no tiene componente perpendiculares al eje. Entonces en el punto P $dE_x = dE_z = 0$ para cada anillo, y el campo total tiene $E_y = E_z = 0$

Si incrementamos el radio R del disco y se agrega simultáneamente carga, de manera que la densidad superficial de carga σ se mantiene constante. El límite en que R es mucho mayor que la distancia x entre el punto del campo y el disco, el término $\frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{x^2}+1}}$ se vuelve despreciable por lo pequeño.

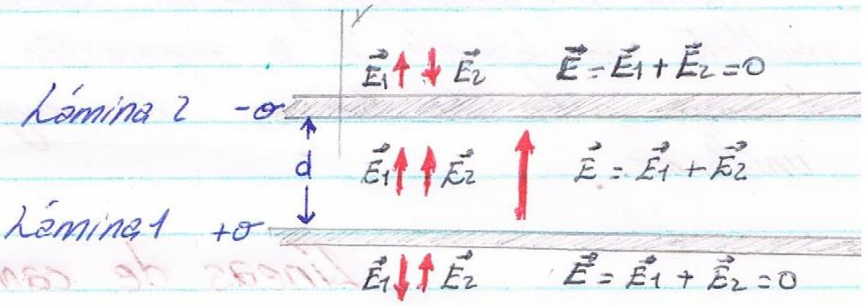
con lo que obtenemos:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Si P está a la izquierda del plano ($x < 0$), el resultado es el mismo, excepto que la dirección de $\vec{E}$ es a la izquierda en vez de la derecha. Si la densidad de carga superficial es negativa, la dirección de los campos en ambos lados del plano es hacia éste, en vez de alejarse de él.

Ej: Campo de dos láminas infinitas con carga opuesta

Se colocan dos láminas infinitas y paralelas entre sí, separadas por una distancia d. La lámina inferior tiene una densidad superficial de carga uniforme y positiva σ, y la lámina superior tiene una densidad superficial de carga uniforme y negativa $-\sigma$, ambas de la misma magnitud. Encuentre el campo eléctrico entre las dos láminas, arriba de la lámina superior y debajo de la lámina inferior.



El objetivo es encontrar el campo eléctrico debido a dos láminas.
Se utilizara el principio de superposición para combinar los campos electricos producidos por las dos láminas.

Los campos debido a cada lámina son $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$, tanto $\vec{E}_1$ como $\vec{E}_2$ tienen la misma magnitud en todos los puntos, sin importar lo lejos que estan de cada lámina.

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

En todos los puntos, la dirección de $\vec{E}_1$ se aleja de la carga positiva de la lámina 1, y la dirección $\vec{E}_2$ va hacia la carga negativa de la lámina 2.

En los puntos entre las láminas $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se refuerzan entre si; en los puntos arriba de la lámina superior o debajo de la lámina inferior, $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se cancelan mutuamente. Entonces el campo total es:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \begin{cases} 0 & \text{arriba de la lámina superior} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{\jmath} & \text{entre las láminas} \\ 0 & \text{debajo de la lámina inferior} \end{cases}$$

Como se considera que las láminas son infinitas, el resultado no depende de la separación d. Se observa que el campo entre las láminas con cargas opuestas es uniforme.

Evalúe su comprensión: Suponga que la línea de carga de la figura 21.25 (ejemplo 21.11) tuviera una carga $+Q$ distribuida uniformemente entre $y=0$ y $y=+a$, y tuviera una carga $-Q$ con distribución uniforme entre $y=0$ y $y=-a$. En esta situación, el campo eléctrico en P estaría i) en la dirección $+x$; ii) en la dirección $-x$; iii) en la dirección $+y$; iv) en la dirección $-y$; v) igual a cero; vi) ninguna de las anteriores.

Respuesta: iv) Piense en un par de segmentos de longitud dy, uno en la coordenada $y>0$ y el otro en la coordenada $-y<0$. El segmento superior tiene carga positiva y produce un campo eléctrico $d\vec{E}$ en P, que apunta alejándose del segmento, por lo que $d\vec{E}$ tiene una componente x positiva y una componente y negativa, como el vector $d\vec{E}$ en la figura 21.25. El segmento inferior tiene la misma cantidad de carga negativa. Produce una $d\vec{E}$ que tiene la misma magnitud pero apunta hacia el segmento inferior, así que tiene una componente x negativa y una componente y también negativa. Por simetría, las dos componentes x son iguales pero opuestas, de manera que se cancelan. De esta manera, el campo eléctrico total únicamente tiene componente y negativa.

Líneas de campo eléctrico

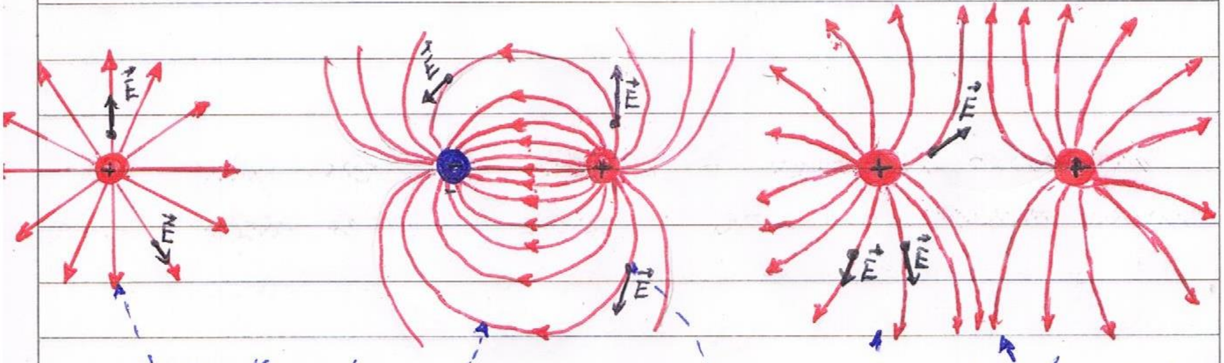
Las líneas de campo electrico son de gran importancia para visualizar un campo eléctrico. Una línea de campo eléctrico es una recta o curva imaginaria trazada a través de una región del espacio, de modo que es tangente en cualquier punto que esté en la dirección del vector del campo eléctrico en dicho punto.

El científico ingles Michael Faraday (1791-1867) introdujo por primera vez el concepto de líneas de campo. Las llamó "líneas de fuerza," aunque es preferible el término "líneas de campo."

Las líneas de campo eléctrico muestran la dirección de $\vec{E}$ en cada punto, y su espaciamiento da una idea general de la magnitud de $\vec{E}$ en cada punto.

Donde $\vec{E}$ es más fuerte, las líneas se dibujan muy cerca una de la otra, y donde $\vec{E}$ es más debil se trazan separadas. En cualquier punto específico, el campo eléctrico tiene dirección unica, por lo que sólo una línea de campo puede pasar por cada punto del campo. Es decir, las líneas de campo nunca se cruzan.

La dirección del campo eléctrico total en cada punto de cada diagrama está a lo largo de la tangente a la línea de campo eléctrico que pasa por el punto. Las flechas indican la dirección del vector del campo $\vec{E}$ a lo largo de cada linea de campo. Es importante ver que la magnitud del campo es diferente en distintos puntos, una linea de campo, no es una curva de magnitud constante.



Las líneas de campo siempre apuntan alejándose de las cargas (+) y hacia las cargas (−)

En cada punto en el espacio, el vector de campo eléctrico es tangente a la línea de campo que pasa a través de ese punto.

Las líneas de campo están muy cercanas donde el campo es intenso, y más alejados donde el campo es más débil.

Las líneas de campo se alejan de cargas positivas ya que al estar cerca de una carga puntual positiva, $\vec{E}$ apunta alejándose de la carga y van hacia las cargas negativas puesto que al estar cerca de una carga puntual negativa, $\vec{E}$ apunta hacia la carga. En las regiones donde la magnitud del campo es grande, como la zona entre las cargas positiva y negativa, las líneas de campo se dibujan aproximándose entre sí; mientras que donde la magnitud del campo es pequeña, como la región entre dos cargas positivas, las líneas están muy separadas. En un campo uniforme, la líneas de campo son rectas, paralelas y con espaciamiento uniforme.

Evalúe su comprensión: Suponga que las líneas de campo eléctrico, en una región del espacio son rectas. Si una partícula cargada parte del reposo en esa región, ¿su trayectoria será una línea de campo?

Respuesta: Sí. Cuando las líneas de campo son rectas, $\vec{E}$ debe apuntar en la misma dirección por la región. De ahí que la fuerza $\vec{F} = q.\vec{E}$ sobre una partícula de carga q siempre esté en la misma dirección. Una partícula que parte del reposo acelera en línea recta en la dirección de $\vec{F}$, por lo que su trayectoria es una línea recta que estará a lo largo de una línea de campo.

Dipolos electricos

Un dipolo eléctrico es un par de cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos (una carga positiva q y una carga negativa $-q$), separadas por una distancia d.

Un ejemplo es la molecula de agua (H_2O). En su totalidad es electricamente neutra, no obstante los enlaces químicos dentro de la molécula ocacionan un desplazamiento de la carga. El resultado es una carga neta negativa en el extremo del oxigeno y una carga neta positiva en el extremo del hidrogeno, formando así un dipolo. Esto hace del agua un excelente solvente para sustancias como la sal.

Fuerza y par de torsión en un dipolo eléctrico

Si colocamos un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme $\vec{E}$. Las fuerzas $\vec{F}_+$ y $\vec{F}_-$ tienen la misma magnitud de qE, y direcciones opuestas. Por lo que la fuerza neta sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme es cero.

Sin embargo, las dos fuerzas no actuan a lo largo de la misma linea, por lo que sus pares de torsión no suman cero. Los pares se calculan con respecto al centro del dipolo. Sea ϕ el ángulo entre el campo eléctrico $\vec{E}$ y el eje del dipolo; entonces, el brazo de palanca tanto $\vec{F}_+$ como $\vec{F}_-$ es $(d/2)\,\text{sen}\,\phi$. El par de torsión de $\vec{F}_+$ y el par de torsión de $\vec{F}_-$ tienen ambos la misma magnitud de $(qE)\,\text{sen}\,\phi$, y los dos pares de torsión tienden a hacer girar el dipolo en el sentido horario.

La magnitud del par de torsión neto es el doble de la magnitud de cualquier par de torsión individual:

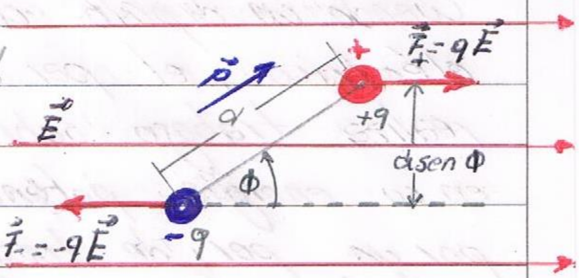
$$\tau = (qE)(d\,\text{sen}\,\phi)$$

$d\,\text{sen}\,\phi$ es la distancia perpendicular entre las líneas de acción de las dos fuerzas.

El producto de carga q y la separación d es la magnitud de una cantidad llamada momento dipolar eléctrico y se representa con p

$$p = qd$$ Las unidades de p son de carga por distancia $(C \cdot m)$

Además, el momento dipolar se define como una cantidad vectorial $\vec{p}$. La dirección ocurre a lo largo del eje dipolar de la carga negativa a la positiva.



En términos de p la magnitud τ del par de torsión ejercido por el campo se convierte en:

$$\tau = pE\operatorname{sen}\phi$$

ϕ es el ángulo entre las direcciones de los vectores $\vec{p}$ y $\vec{E}$. Entonces es posible escribir el par de torsión sobre el dipolo en forma vectorial como:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

El par de torsión es el máximo cuando $\vec{p}$ y $\vec{E}$ son perpendiculares, y es igual a cero cuando son paralelos o antiparalelos. El par de torsión siempre tiende a hacer que $\vec{p}$ gire para alinearse con $\vec{E}$. La posición $\phi = 0$, con $\vec{p}$ paralelo a $\vec{E}$, es una posición de equilibrio estable; mientra que la posición $\phi = \pi$, con $\vec{p}$ y $\vec{E}$ antiparalelos, es una posición de equilibrio inestable.

Energía potencial de un dipolo eléctrico

Cuando un dipolo cambia de dirección en un campo eléctrico, el par de torsión del campo eléctrico realiza trabajo sobr él, con el cambio correspondiente en su energía potencial. El trabajo dW realizado por un par de torsión τ durante un desplazamiento infinitesimal $d\phi$ esta dado por la ecuación: $dW = \tau d\phi$.

Como el par de torsión esta en la dirección en que ϕ disminuye, escribimos como: $\tau = -pE \operatorname{sen}\phi$

y:

$$dW = \tau d\phi = -pE \operatorname{sen}\phi \, d\phi$$

En un desplazamiento finito de ϕ_1 a ϕ_2, el trabajo total realizado sobre el dipolo es:

$$W = \int (-pE \operatorname{sen}\phi) d\phi$$

$$= pE\cos\phi_2 - pE\cos\phi_1$$

El trabajo es el negativo del cambio de energía potencial $W = U_1 - U_2$. Por lo que una definición adecuada de la energía potencial U para este sistema es:

$$U(\phi) = -pE\cos\phi$$

En esta expresión se reconoce el producto escalar $\vec{p} \cdot \vec{E} = pE\cos\phi$, por lo que también se puede escribir:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

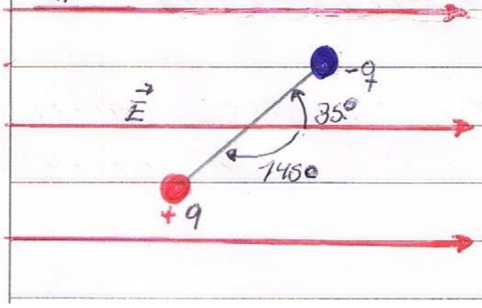
La energía potencial tiene su valor mínimo $U = -pE$, su valor más negativo en la posición de equilibrio estable, donde $\phi = 0$ y $\vec{p}$ es paralelo a $\vec{E}$. La energía potencial es máxima cuando $\phi = \pi$ y $\vec{p}$ es antiparalelo a $\vec{E}$, entonces $U = +pE$. En $\phi = \frac{\pi}{2}$, donde $\vec{p}$ es perpendicular a $\vec{E}$, U es igual a cero.

Ej:

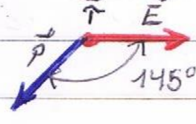
Fuerza y par de torsión sobre un dipolo eléctrico

La figura muestra un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme con magnitud de $5{,}0 \times 10^5$ N/C dirigido en forma paralela al plano de la figura. Las cargas son $\pm 1{,}6 \times 10^{-19}$ C; ambas se encuentran en el plano y están separadas por una distancia de $0{,}125$ nm $= 0{,}125 \times 10^{-9}$ m. (Tanto la magnitud de la carga como la distancia son cantidades moleculares representativas.) Encuentre a) la fuerza neta ejercida por el campo sobre el dipolo; b) la magnitud y la dirección del momento dipolar eléctrico; c) la magnitud y la dirección del par de torsión; d) energía potencial del sistema en la posición que se muestra.

a)



b)



a) Como el campo es uniforme, las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, y la fuerza total es igual a cero.

b) La magnitud p de momento dipolar electrico $\vec{p}$ es

$$p = qd = (1{,}6 \times 10^{-19} C)(0{,}125 \times 10^{-9} m) =$$

$$\boxed{2{,}0 \times 10^{-29} C.m}$$

La dirección de $\vec{p}$ es de la carga negativa a la positiva, a 145 en el sentido horario.

c) La magnitud del par de torsión es:

$$\tau = pE\,\text{sen}\,\phi = (2{,}0 \times 10^{-29} C)(5{,}0 \times 10^{5} N/C)(\text{sen } 145)$$

$$= \boxed{5{,}7 \times 10^{-24} N.m}$$

De acuerdo a la regla de la mano derecha para el producto vectorial, la direccuión del par de torsión es $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ hacia fuera de la página. Esto corresponde a un par de torsión en sentido antihorario que tiende a alinear $\vec{p}$ con $\vec{E}$.

d) La energia potencial es:

$$U = -pE\cos\phi$$

$$= -(2{,}0 \times 10^{-29} C.m)(5{,}0 \times 10^{5} N/C)(\cos 145^\circ)$$

$$= \boxed{8{,}2 \times 10^{-24} J}$$

En este análisis supusimos que $\vec{E}$ es uniforme, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Si $\vec{E}$ no fuera uniforme, las fuerzas en los extremos quizás no se cancelarían por completo y la fuerza neta no sería cero. Así que un cuerpo con carga neta igual a cero, pero con momento dipolar eléctrico, puede experimentar una fuerza neta en un campo no uniforme. Como vimos un campo eléctrico puede polarizar un cuerpo sin carga, lo que origina una separación de la carga y un momento dipolar eléctrico. Es así como los cuerpos sin carga experimentan fuerzas electrostáticas.

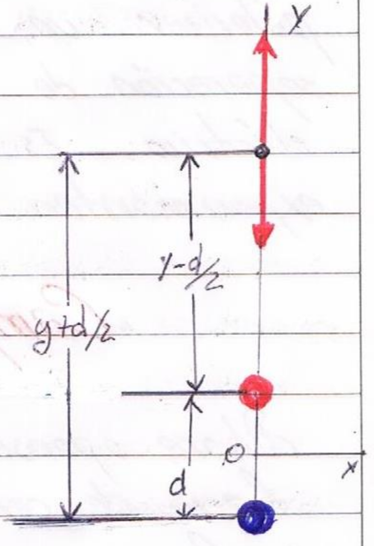
Campo en un dipolo electrico

Ahora pensemos en un dipolo eléctrico como una fuente de campo electrico. ¿Cómo sería este campo? Su forma general se ilustra en los mapas de campo. En cada punto de distribución, el campo total $\vec{E}$ es la suma vectorial de los campos generados por dos cargas individuales.

Observe el uso del principio de superposición de campos eléctricos para sumar las contribuciones de las cargas individuales al campo. También es necesario el uso de técnicas de aproximación aun para casos relativamente sencillo de un campo originado por dos cargas.

Ej: Otro vistazo al campo de un dipolo eléctrico

En la figura, un dipolo eléctrico tiene su centro en el origen, con $\vec{p}$ en dirección del eje +y. Obtenga una expresión aproximada para el campo eléctrico en un punto sobre el eje y, para que y sea mucho mayor que d. Use la expansión binomial $(1+x)^n$, es decir, $(1+x)^n \simeq 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots$ para el caso en que $|x| < 1$.



La componente y total, E_y, del campo eléctrico de las dos cargas es:

$$E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{(y-d/2)^2} - \frac{1}{(y+d/2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}\left[\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2}\right]$$

Ahora viene la aproximación. Cuando y es mucho más grande que d, es decir, cuando se está muy lejos del dipolo en comparación con su tamaño, la cantidad d/2y es mucho menor que 1. Con n=-2 y d/2y desempeñando el papel de x en la expansión binominal, tan solo conservemos los dos primeros términos, porque los que eliminamos son mucho menores que los que conservemos, así que se tiene:

$$\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1+\frac{d}{y} \quad y \quad \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1-\frac{d}{y}$$

De esta manera que E_y está dada aproximadamente por:

$$E \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[1+\frac{d}{y}-\left(1-\frac{d}{y}\right)\right]$$

$$= \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 y^3} = \frac{P}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$

Un camino alternativo para esta expresión consite en obtener el denominador común de las fracciones en la expresión de E_y y combinar, para luego aproximar el denominador $(y-d/2)^2(y+d/2)^2$ como y^4.

Para puntos P situados fuera de los ejes de coordenadas, las expresiones son más complicadas; sin embargo, en todos los puntos muy alejados del dipolo (en cualquier dirección) el campo disminuye con $1/r^3$. Se puede comparar esto con el decaimiento con $1/r^2$ de una carga puntual, el decaimiento con $1/r$ de una carga lineal larga, y la independencia con respecto a r de una lámina de carga grande.

Evalúe su comprensión: Se coloca un dipolo eléctrico en una región de campo uniforme, $\vec{E}$, con el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$, apuntando en la dirección opuesta a $\vec{E}$. ¿El dipolo está i) en equilibrio estable, ii) en equilibrio inestable, o iii) ninguno de los anteriores?

Respuesta: ii) Las ecuaciones (21.17) y (21.18) indican que la energía potencial para un dipolo en un campo eléctrico es $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p.E\cos\phi$, donde ϕ es el ángulo entre las direcciones de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. Si p y E apunten en direcciones opuestas, de manera que $\phi = 180°$, entonces $\cos\phi = -1$ y $U = +p.E$. Éste es el valor máximo que U puede tener. De nuestro análisis de los diagramas de energía en la seccion 7.5, se desprende que se trata de una situación de equilibrio inestable.

Otra forma de verlo es con la ecuación (21.15), que dice que la magnitud del par de torsión sobre un dipolo electrico es $\tau = pE\,\text{sen}\,\phi$. Ésta es igual a cero si $\phi = 180°$, por lo que no hay par de torsión, y si el dipolo se deja sin perturbación, no girará. No obstante, si se perturba ligeramente el dipolo de modo que ϕ sea un poco menor de 180°, habrá un par de torsión diferente de cero que trate de hacer girar el dipolo hacia $\phi = 0$, así que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apunten en la misma dirección. De ahí que cuando el dipolo se perturba en su orientación de equilibrio en $\phi = 180°$, se mueve lejos de esa orientación, lo cual es lo distintivo del equilibrio inestable.

Se puede demostrar que la situación en $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en la misma dirección ($\phi = 0$) es un caso de equilibrio estable: la energía potencial en la misma, y si el dipolo se desplaza un poco hay un par de torsión que trata de regresarlo a la orientación original (un par de torsión restaurador).