

## Ejercicios capítulo 28

### Ejemplo 28.1. Fuerzas entre dos protones en movimiento

Los protones se mueven paralelos al eje  $x$  en sentidos opuestos con la misma rapidez  $v$  (pequeña en comparación con la rapidez  $c$  de la luz). En el instante que se ilustra, calcule las fuerzas eléctricas y magnéticas sobre el protón de la parte superior y compare sus magnitudes.

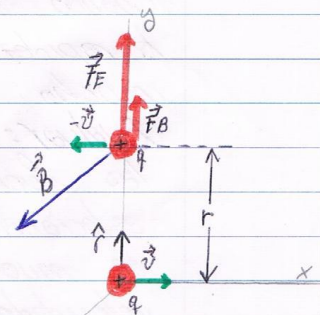
Identificar y plantear: La fuerza eléctrica  $F_E$  sobre el protón de arriba está dada por la ley de Coulomb. La ley de la fuerza magnética permite determinar la fuerza magnética sobre el protón superior; para usarla, primero debemos utilizar la ecuación (28.2) para determinar el campo magnético que produce el protón de la parte inferior en la posición del protón de arriba. El vector unitario del protón inferior (la fuente) para la posición del protón superior es  $\hat{r} = \hat{j}$ .

Ejecutar: De acuerdo con la ley de Coulomb, la magnitud de la fuerza sobre el protón de arriba es:

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

Las fuerzas son de repulsión y la fuerza sobre el protón superior es vertical hacia arriba (en la dirección  $+\hat{y}$ ).

La velocidad del protón inferior es  $\vec{v} = v\hat{i}$ . Según la regla de la mano derecha para el producto cruz  $\vec{v} \times \hat{r}$  de la



ecuación (28.2), el campo  $\vec{B}$  debido al protón inferior en la posición del protón superior está en la dirección  $+z$ . Según la ecuación (28.2) el campo es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(v\hat{i}) \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} \hat{k}$$

la velocidad del protón superior es  $-\vec{v} = -v\hat{i}$ , y la fuerza magnética sobre él es:

$$\vec{F}_B = q(-\vec{v}) \times \vec{B} = q(-v\hat{i}) \times \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} \hat{k} = \frac{\mu_0 q^2 v^2}{4\pi r^2} \hat{j}$$

La interacción magnética en esta situación también es de repulsión. La razón de las magnitudes de las fuerzas es:

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{\mu_0 q^2 v^2 / 4\pi r^2}{q^2 / 4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\mu_0 v^2}{1/\epsilon_0} = \epsilon_0 \mu_0 v^2$$

Con la relación  $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ , ecuación (28.4), esto se convierte en:

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{v^2}{c^2}$$

Cuando  $v$  es pequeña en comparación con la rapidez de la luz, la fuerza magnética es mucho menor que la fuerza eléctrica.

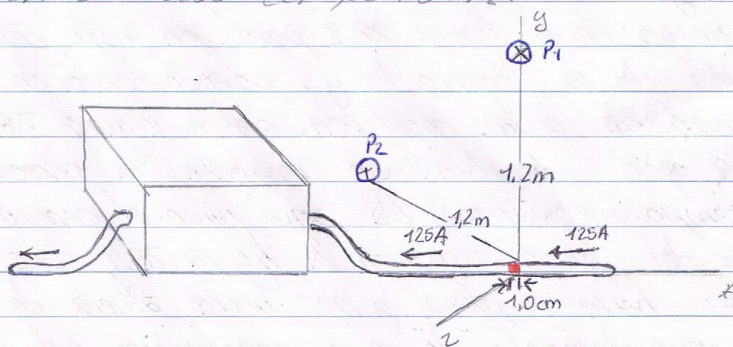
**Evaluar:** Hemos descrito las velocidades, los campos y las fuerzas como los mediría un observador estacionario en el sistema de coordenadas que se mueve con una de las cargas, una de las velocidades sería igual a cero, por lo que no habría fuerza magnética. La explicación de esta aparente paradoja ofrece uno de los caminos que condujeron a la teoría de la relatividad especial.



### Ejemplo 28.2 Campo magnético de un segmento con corriente.

Un alambre de cobre conduce una corriente constante de  $125\text{ A}$  hacia un tanque galvanizado. Determine el campo magnético generado por un segmento de alambre de  $1.0\text{ cm}$  en un punto localizado a  $1.2\text{ m}$  del alambre, si ese punto es a) el punto  $P_1$ , directamente arriba del segmento; b) el punto  $P_2$ , en el plano  $xy$  sobre una línea a  $30^\circ$  con respecto al segmento.

Identificar y plantear: Aunque las ecuaciones se usan sólo con elementos de corriente infinitesimales, se les puede emplear aquí, puesto que la longitud del segmento es mucho menor que la distancia al punto de campo. La figura muestra con color rojo el elemento de corriente, y apunta en la dirección  $-x$  (la dirección de la corriente), de modo que  $d\vec{l} = dl(-\hat{i})$ . El vector unitario  $\hat{r}$  de cada punto de campo está dirigido desde el elemento de corriente hacia ese punto:  $\hat{r}$  está en la dirección  $+y$  en el caso del punto  $P_1$  y a un ángulo de  $30^\circ$  por arriba de la dirección  $-x$  en el caso del punto  $P_2$ .



Ejercer: a) En el punto  $P_1$   $\vec{r} = \vec{j}$ , por lo que

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL(-\vec{i}) \times \vec{j}}{r^2} = \frac{\mu_0 IdL}{4\pi r^2} \vec{k}$$

$$= -(10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (125 \text{ A}) \frac{(1.0 \times 10^{-2} \text{ m})}{(1.2 \text{ m})^2} \vec{k}$$

$$= -(8.7 \times 10^{-8} \text{ T}) \vec{k}$$

La dirección de  $\vec{B}$  en  $P_1$  es hacia el plano  $xy$  de la figura.

b) En el punto  $P_2$ , el vector unitario es  $\vec{r} = (\cos 30^\circ)\vec{i} + (\sin 30^\circ)\vec{j}$ . De acuerdo con la ecuación (28.6),

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL(-\vec{i}) \times (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I d \sin 30^\circ}{4\pi r^2} = -(10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (125 \text{ A}) \frac{(1.0 \times 10^{-2} \text{ m})(\sin 30^\circ)}{(1.2 \text{ m})^2} \vec{k}$$

$$= -(4.3 \times 10^{-8} \text{ T}) \vec{k}$$

La dirección de  $\vec{B}$  en  $P_2$  también está hacia el plano  $xy$  de la figura 28.4.

Evaluar: Los resultados de la dirección de  $\vec{B}$  se comprueban comparándolos con la figura 28.3. El plano  $xy$  de la figura 28.4 corresponde al plano color beige de la figura 28.3 pero, en este caso, la dirección de la corriente  $y$ , por lo tanto, de  $d\vec{L}$  es contraria a la mostrada en la figura 28.3, de manera que también se invierte la dirección del campo magnético. De aquí que el campo en puntos del plano  $xy$  en la figura 28.4 debe apuntar hacia el plano, y no hacia afuera de él. Esto es exactamente lo que concluimos anteriormente.



### Ejemplo 28.3. Campo magnético de un solo alambre.

Un conductor largo y recto conduce una corriente de 1.0 A. ¿A qué distancia del eje del conductor, el campo magnético generado tiene una magnitud  $B = 0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$ ? (aproximadamente el campo magnético terrestre en Pittsburgh?)

**Identificar y plantear:** La longitud de un conductor "largo" es mucho mayor que la distancia desde el conductor hasta el punto de campo. Por ello, podemos utilizar las ideas de esta sección. La geometría es la misma que la figura 28.6, por lo que empleamos la ecuación (28.9). Se conoce todas las cantidades de esta ecuación, excepto la incógnita, la distancia  $r$ .

**Ejecutar:** Se despeja  $r$  de la ecuación (28.9):

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1.0 \text{ A})}{(2\pi)(0.5 \times 10^{-4} \text{ T})}$$

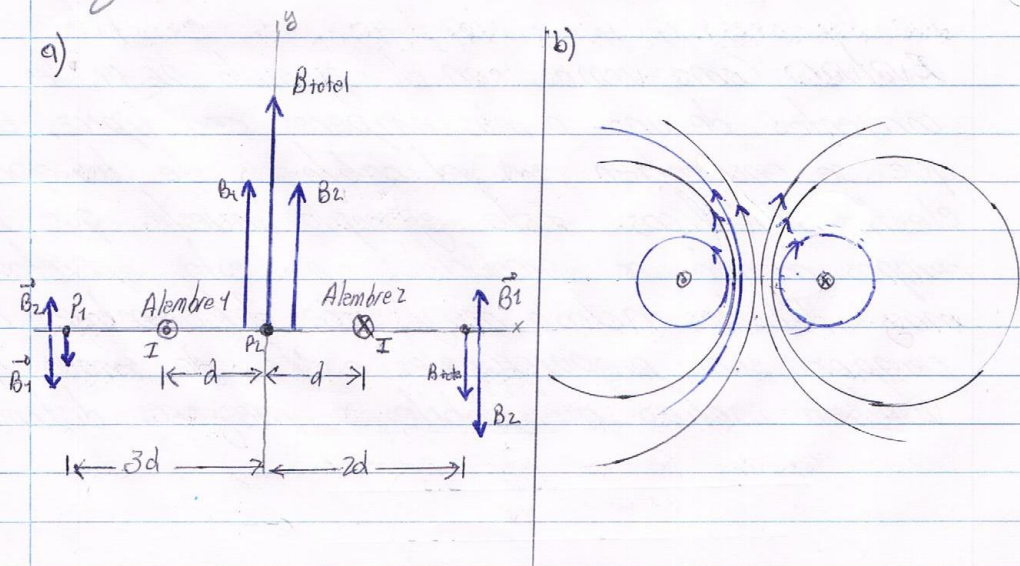
$$= 4 \times 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm}$$

**Evaluar:** Como vimos en el ejemplo 26.14, las corrientes de uno o más amperes son típicas de las que se encuentran en el cableado de los aparatos electrodomésticos. Este ejemplo muestra que los campos magnéticos producidos por estos aparatos son muy débiles, incluso muy cerca del alambre; los campos son proporcionales a  $1/r$ , de modo que se vuelven incluso más débiles a mayores distancias.

### Ejemplo 28.4 Campo magnético de dos alambres.

La figura a es la vista de los extremos de dos alambres largos, rectos y paralelos, que son perpendiculares al plano  $xy$ , cada uno de los cuales conduce una corriente  $I$  pero en sentidos opuestos. a) Calcule  $\vec{B}$  en los puntos  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ . b) Deduzca una expresión para  $\vec{B}$  en cualquier punto del eje  $x$  a la derecha de alambre 2.

Identificar y plantear. Con las ideas de esta sección, es posible obtener los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  debido a los alambres 1 y 2 en cada punto. Por el principio de superposición, entonces, el campo magnético en cada punto es  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ . Se utiliza la ecuación (28.9) para obtener las magnitudes  $B_1$  y  $B_2$  de estos campos y la regla de la mano derecha para determinar las direcciones correspondientes. La figura muestra  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  y  $\vec{B} = \vec{B}_{\text{total}}$  en cualquier punto. La figura b muestra algunas líneas de campo magnético debidas a estos dos alambres.





Ejecutar: a) Como el punto  $P_1$  está a una distancia  $2d$  del alambre 1 y a una distancia  $4d$  del alambre 2,  
 $B_1 = \mu_0 I / 2\pi(2d) = \mu_0 I / 4\pi d$  y  $B_2 = \mu_0 I / 2\pi(4d) = \mu_0 I / 8\pi d$ .  
 La regla de la mano derecha indica que  $B_1$  está en la dirección y negativa, y que  $B_2$  está en la dirección y positiva, así que:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{j} + \frac{\mu_0 I}{8\pi d} \hat{j} = -\frac{\mu_0 I}{8\pi d} \hat{j} \text{ (punto } P_1)$$

En el punto  $P_2$ , a una distancia  $d$  entre los dos alambres,  $B_1$  y  $B_2$  tienen ambos la dirección y positiva, y los dos tienen la misma magnitud  $B_1 = B_2 = \mu_0 I / 2\pi d$ . Por lo que:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{j} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{j} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \hat{j} \text{ (punto } P_2)$$

Por último, en el punto  $P_3$  la regla de la mano derecha indica que  $B_1$  está en la dirección y positiva, y  $B_2$  en la dirección y negativa. Este punto se encuentra a una distancia  $3d$  del alambre 1 y a una distancia  $d$  del alambre 2, por lo que  $B_1 = \mu_0 I / 2\pi(3d) = \mu_0 I / 6\pi d$  y  $B_2 = \mu_0 I / 2\pi d$ .  
 El campo total en  $P_3$  es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{6\pi d} \hat{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{j} = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d} \hat{j} \text{ (punto } P_3)$$

b). En cualquier punto sobre el eje  $x$  a la derecha del alambre 2 (es decir, para  $x > d$ ),  $B_1$  y  $B_2$  están en las mismas direcciones que en  $P_2$ . Este punto está a una distancia  $x+d$  del alambre 1 y a una distancia  $x-d$  del alambre 2, de modo que el campo total es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} \hat{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)} \hat{j}$$

$$= - \frac{\mu_0 I d}{\pi(x^2 - d^2)} \hat{j}$$

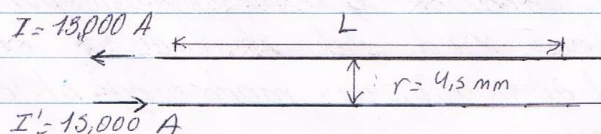
donde los dos términos se combinaron usando un denominador común.

**Evaluar:** considere el resultado del inciso b) en un punto muy alejado de los alambres, de modo que  $x$  sea mucho mayor que  $d$ . En ese caso, el término  $d^2$  en el denominador resulta despreciable, y la magnitud del campo total es aproximadamente  $B_{\text{total}} = \mu_0 I d / \pi x^2$ . Para un solo alambre, la ecuación (28.9) muestra que el campo magnético disminuye con la distancia en proporción de  $1/x$ ; en el caso de dos alambres que conducen corrientes opuestas,  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  se cancelan entre sí parcialmente, por lo que la magnitud  $B_{\text{total}}$  disminuye con más rapidez, en proporción de  $1/x^2$ .

### Ejemplo 28.5 Fuerzas entre alambres paralelos.

Dos alambres superconductores rectos y paralelos, separados por una distancia de 4.5 mm, conducen corrientes iguales de 15,000 A en sentidos opuestos. ¿Qué fuerza, por unidad de longitud, ejercen entre sí estos alambres?

**Identificar y plantear:** La figura muestra la situación. Se calcula  $F/L$ , la fuerza magnética por unidad de longitud del alambre, con la ecuación (28.11).





**Ejecutar:** Como las corrientes van en sentidos opuestos, los dos conductores se repelen. De acuerdo con la ecuación (28.11), la fuerza asociada a cada unidad de longitud es:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) (15000 \text{ A})^2}{(2\pi) (4,5 \times 10^{-3} \text{ m})}$$
$$= 1,0 \times 10^4 \text{ N/m}$$

**Evaluar:** Esta es una fuerza grande, más de una tonelada por metro. Las corrientes y las separaciones de esta magnitud se utilizan en electroimanes superconductores de los aceleradores de partículas, y en el análisis de esfuerzos mecánicos, que es una parte crucial del proceso de diseño.

### Ejemplo 28.6 Campo magnético de una bobina

Una bobina con 100 espiras circulares con radio de 0,60 m conduce una corriente de 5,0 A. a) Calcule el campo magnético en un punto a lo largo del eje de la bobina, a 0,80 m del centro. b) sobre el eje, ¿a qué distancia desde el centro de la bobina, la magnitud del campo es 1/8 de la que tiene en el centro?

**Identificar y plantear:**

El problema se relaciona con la magnitud B del campo magnético a lo largo del eje de una bobina que conduce corriente, por lo que podemos utilizar la ecuación (28.16). Se sabe que  $N = 100$ ,  $I = 5,0 \text{ A}$  y  $a = 0,60 \text{ m}$ . En el inciso a) la incógnita es Bx en un valor dado de la coordenada x. En el inciso b) la incógnita es el valor de x en el que el campo tiene 1/8 de la magnitud que hay en el origen.

Ejercer: Usando  $x = 0,80\text{ m}$  en la ecuación (28.16), se tiene

$$B_x = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100)(5,0\text{ A})(0,60\text{ m})^2}{2[(0,80\text{ m})^2 + (0,60\text{ m})^2]^{3/2}}$$
$$= 1,1 \times 10^{-4} \text{ T}$$

b) Considerando la ecuación (28.16), queremos encontrar un valor de  $x$  tal que

$$\frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{8(0^2 + a^2)^{3/2}}$$

Para despejar  $x$ , se toma el recíproco de todo y, luego, se elevan ambos lados a la potencia  $2/3$ ; el resultado es

$$x = \pm \sqrt{3a} = \pm 1,04\text{ m}$$

Evaluar: La respuesta del inciso a) se comprueba obteniendo el momento magnético de la bobina y sustituyendo el resultado en la ecuación (28.18):

$$M = NI\pi a^2 = (100)(5,0\text{ A})\pi(0,60\text{ m})^2 = 5,7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

$$B_x = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi[(0,80\text{ m})^2 + (0,60\text{ m})^2]^{3/2}} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ T}$$

El momento magnético  $M$  es relativamente grande; sin embargo, genera un campo más bien pequeño comparable con el campo magnético terrestre. Este ejemplo muestra lo difícil que es producir campos intensos de  $1\text{ T}$  o más.



### Ejemplo 28.7 Campo magnético en un conductor largo, recto y portador de corriente.

En la sección 28.6 se obtuvo la ley de empleando la ecuación (28.9) para el campo  $\vec{B}$  de un conductor largo, recto que transporta corriente. Revierta este proceso y utilice la ley de Ampère para encontrar  $\vec{B}$  en esta situación.

**Identificar y plantear:** En este caso la simetría es cilíndrica, por lo que al usar la ley de Ampère tomaremos como trayectoria de integración un círculo con radio  $r$  centrado en el conductor y ubicado en un plano perpendicular a éste, como en la figura 28.16a. En todos lados,  $\vec{B}$  es tangente a este círculo y tiene la misma magnitud  $B$  en todos los puntos del círculo.

**Ejecutar:** De acuerdo con la elección de la trayectoria de integración, la ley de Ampère se convierte en:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

y de inmediato sigue la ecuación (28.9)  $B = \mu_0 I / 2\pi r$ . La ley de Ampère determina la dirección de  $\vec{B}$  y su magnitud. Como vemos alrededor de la trayectoria de integración en sentido contrario a los manecillos del reloj, la dirección positiva de la corriente es hacia afuera del plano de la figura 28.16a, que es la misma que la dirección real de la corriente en la figura, por lo que  $I$  es positiva y la integral  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  también es positiva. Como los elementos  $d\vec{l}$  van en sentido contrario a los manecillos del reloj, la dirección de  $\vec{B}$  debe ser también en el sentido contrario a los manecillos



del reloj, como se ilustra en la figura 28.16 a.

Evaluar: Los resultados son congruentes con la sección 28.6.

### Ejemplo 28.8 Campo en un conductor cilíndrico largo.

Un conductor cilíndrico con radio  $R$  transporta una corriente  $I$ . La corriente está distribuida de manera uniforme sobre el área de la sección transversal del conductor. Determine el campo magnético, como función de la distancia  $r$  desde el eje del conductor, para puntos situados tanto dentro ( $r < R$ ) como fuera ( $r > R$ ) del conductor.

Identificar y plantear: Al igual que en el ejemplo 28.7, la distribución de corriente tiene simetría cilíndrica, y las líneas de campo magnético deben ser círculos concéntricos con el eje del conductor. Para obtener el campo magnético dentro y fuera del conductor, se eligen trayectorias de integración circulares de radios  $r < R$  y  $r > R$ , respectivamente.

Ejecutar: En cualquier caso, el campo  $\vec{B}$  tiene la misma magnitud en todos los puntos de la trayectoria circular de integración y es tangente a ésta. Así, la magnitud de la integral de línea es simplemente  $B(2\pi r)$ . Para calcular la corriente  $I_{\text{enc}}$  encerrada por la trayectoria circular de integración dentro del conductor ( $r < R$ ), note que la densidad de corriente (corriente por unidad de área) es  $J = I/\pi R^2$ , por lo que  $I_{\text{enc}} = J(\pi r^2) = Ir^2/R^2$ . De modo que la ley de Ampère da  $B(2\pi r) = \mu_0 Ir^2/R^2$  o bien:



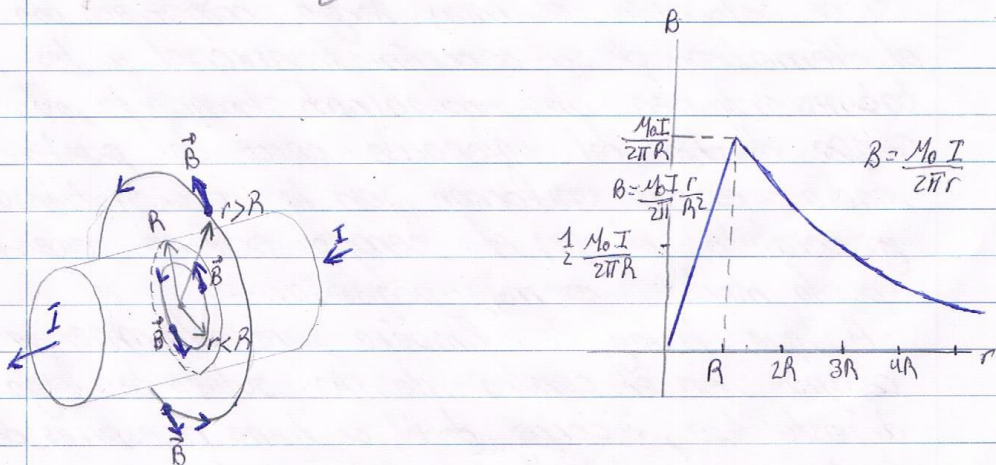
$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad (\text{dentro del conductor } r < R)$$

La trayectoria de integración circular afuera del conductor encierra la corriente total en el conductor, de modo que  $I_{enc} = I$  la aplicación de la ley de Ampère da la misma ecuación que en el ejemplo 28.7 con el mismo resultado para  $B$ :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{afuera del conductor, } r > R)$$

En el exterior del conductor, el campo magnético es el mismo que el de un conductor largo y recto que transporta una corriente  $I$ , independientemente del radio  $R$  sobre el que se distribuye la corriente. De hecho, el campo magnético afuera de cualquier distribución de corriente con simetría cilíndrica es igual que si toda la corriente estuviera concentrada a lo largo del eje de la distribución.

**Evaluar:** Observe que en la superficie del conductor ( $r = R$ ), las ecuaciones (28.21) y (28.22) concuerden, como debe ser. La figura muestra una gráfica  $B$  en función de  $r$ .



### Ejemplo 28.9 Campo de un solenoide.

Un solenoide es un alambre enrollado de manera helicoidal sobre un cilindro, usualmente con sección transversal circular. Suele tener miles de vueltas muy apretadas (con frecuencia en varias capas), cada una de las cuales puede considerarse como una espira circular. Por sencillez, la figura 28.22 muestra un solenoide con unas cuantas vueltas, todas las cuales conducen la misma corriente  $I$ , y el campo total  $\vec{B}$  en cada punto es la suma vectorial de los campos generados por las vueltas individuales. La figura ilustra las líneas de campo en los planos  $xy$  y  $xz$ . En el centro del solenoide aparecen dibujadas líneas de campo espaciadas de manera uniforme. Los cálculos exactos demuestran que para un solenoide largo y con embobinado (o devanado) compacto, la mitad de las líneas de campo emergen de los extremos, y la otra mitad se "fuge" a través de los embobinados entre el centro y el extremo como lo sugiere la figura. Si el solenoide es muy largo comparado con el diámetro de su sección transversal y las bobinas tienen un embobinado compacto, el campo dentro del solenoide cerca del punto medio es casi uniforme en la sección transversal y paralelo al eje; el campo externo cerca del punto medio es muy pequeño.

Aplique la ley de Ampère para determinar el campo en el centro de un solenoide largo de este tipo, o cerca de él, si tiene  $n$  espiras de alambre por unidad de longitud y conduce una corriente  $I$ .



Identificar y plantear: Suponemos que  $\vec{B}$  es uniforme en el interior del solenoide y cero en el exterior.

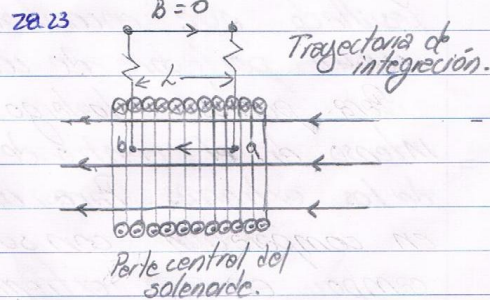
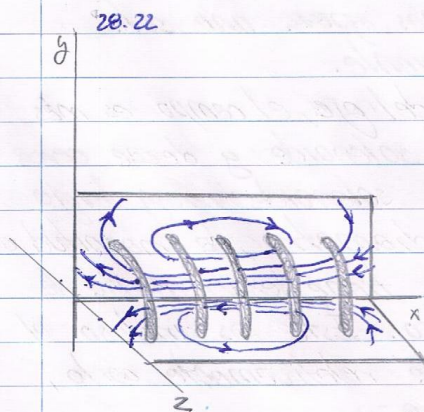
La figura 28.23 presenta la situación y la trayectoria de integración elegida, el rectángulo  $abcd$ .

El lado  $ab$ , con longitud  $L$ , es paralelo al eje del solenoide. Los lados  $bc$  y  $da$  se consideran muy largos, de manera que el lado  $cd$  está lejos del solenoide; entonces, el campo en el lado  $cd$  es tan pequeño que resulta despreciable.

Ejecutar: A lo largo del lado  $ab$ ,  $\vec{B}$  es paralelo a la trayectoria y es constante. Al efectuar la integración de la ley de Ampère, vemos a lo largo del lado  $ab$  en la misma dirección que  $\vec{B}$ , así que,  $B_{||} = +B$ , y

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL$$

A lo largo de los lados  $bc$  y  $da$ ,  $\vec{B}$  es perpendicular a la trayectoria y, por lo tanto,  $B_{||} = 0$ ; a lo largo del lado  $cd$ ,  $\vec{B} = 0$  y, por consiguiente,  $B_{||} = 0$ . Así, alrededor de la trayectoria cerrada completa, tenemos  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL$ .



En la longitud  $L$  tenemos  $nL$  vueltas, cada una de las cuales pasa una vez a través de  $abcd$  y conduce una corriente  $I$ . Por lo tanto, la corriente total encerrada por el rectángulo es  $I_{enc} = nLI$ . La integral  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  es positiva, de modo que la ley de Ampère,  $I_{enc}$  también debe ser positiva; esto significa que la corriente que pasa a través de la superficie limitada por la trayectoria de integración debe tener la dirección que se muestra en la figura 28.23. Entonces, la ley de Ampère da  $B\ell = \mu_0 LI$  o bien:

$$B = \mu_0 nI \quad (\text{solenoides})$$

El lado  $ab$  no necesariamente se encuentra sobre el eje del solenoide, por lo que este resultado demuestra que el campo es uniforme en toda la sección transversal en el centro de la longitud del solenoide.

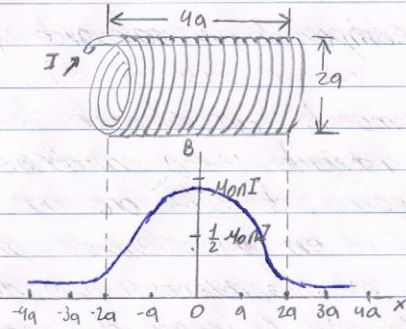
**Evaluar:** Observe que la dirección de  $\vec{B}$  dentro del solenoide es la misma del momento magnético vectorial  $\vec{\mu}$  del solenoide, el mismo resultado que encontramos para una sola espira portadora de corriente.

Para puntos a lo largo del eje, el campo es más intenso en el centro del solenoide y decae cerca de los extremos. Para un solenoide muy largo en comparación con su diámetro, la magnitud del campo en cada extremo tiene exactamente la mitad que en el centro. Este es incluso el caso para un solenoide relativamente corto, como el de la figura 28.24.



17

28.24



### Ejemplo 28.10 campo de un solenoide toroidal

La figura 28.25a muestra un solenoide toroidal en forma de rosquilla, con embobinado compacto de  $N$  espiras de alambre que conduce una corriente  $I$  (en un solenoide práctico, las espiras estarían más apretadas de lo que aparecen en la figura). Obtenga el campo magnético en todos los puntos.

**Identificar y plantear:** Ignorando el paso de las embobinados helicoidales, podemos considerar cada vuelta de un solenoide toroidal con embobinado compacto como una espira que se encuentra en un plano perpendicular al eje circular grande del toroide. La simetría de la situación nos dice que las líneas de campo magnético deben ser círculos concéntricos con el eje del toroide. Por lo tanto, se eligen trayectorias de integración circulares (de las cuales se muestran tres en la figura 28.25b) para usarlas con la ley de Ampère, de modo que el campo  $\vec{B}$  (si lo hay) sea tangente a cada trayectoria en todos sus puntos.

**Ejecutar:** A lo largo de cada trayectoria,  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$  es igual a producto de  $B$  por la circunferencia  $\ell = 2\pi r$  de la trayectoria. La corriente total encerrada por la trayectoria 1 es igual a cero, por lo que según la ley de Ampère, el campo  $\vec{B} = 0$  en cualquier punto de dicha trayectoria. Cada espira del embobinado pasa dos veces a través del área limitada por la trayectoria 3, llevando corrientes iguales en sentidos

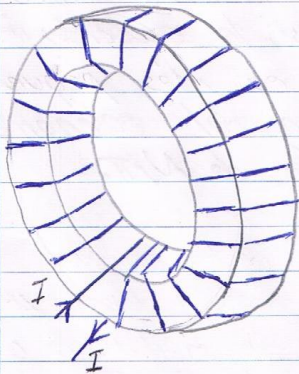


opuestos. Por lo tanto, la corriente neta encerrada dentro de esta área es igual a cero y, también,  $\vec{B} = 0$  en todos los puntos de la trayectoria. Se concluye que el campo de un solenoide toroidal ideal está confinado al espacio encerrado por los embobinados. Podemos visualizar un solenoide de este tipo como un solenoide recto con embobinados compacto que se dobló para formar un círculo.

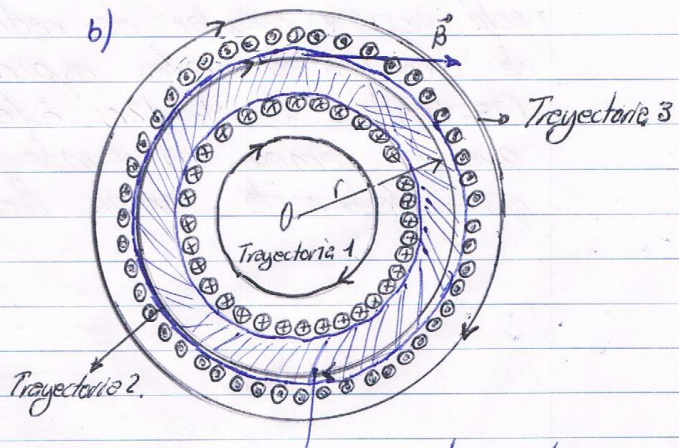
Para la trayectoria 2, tenemos  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B$ . Cada vuelta del embobinado pasa una vez por el área limitada por esta trayectoria, de modo que  $I_{enc} = NI$ . Observe que  $I_{enc}$  es positiva para la dirección de integración en el sentido de las manecillas del reloj de la figura 28.25b, de manera que  $\vec{B}$  está en la dirección indicada. Por consiguiente, según la ley de Ampère  $2\pi r B = \mu_0 NI$ , así que:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{solenoides toroidales})$$

a)



b)



El campo magnético está confinado casi por completo en el espacio encerrado por los embobinados.

Evaluar: La ecuación (28.24) indica que  $B$  no es uniforme en todo el interior del núcleo, porque diferentes puntos de su interior se encuentran a diferentes distancias  $r$  del toroide. Sin embargo, si el espesor radial del núcleo es pequeño en comparación con  $r$ , la variación es ligera. En tal caso, si se considera que  $2\pi r$  es la longitud de la circunferencia del toroide y que  $N/2\pi r$  es el número de vueltas por unidad de longitud  $n$ , el campo se puede representar como  $B = \mu_0 n I$ , igual que si estuviera en el centro de un solenoide largo y recto.

En un solenoide toroidal real, las vueltas no son precisamente espiras circulares, sino segmentos de una hélice oblicua. Como resultado, el campo en el exterior no vale estrictamente cero. Para estimar su magnitud, imaginemos que la figura 28.26a equivale aproximadamente, con respecto a puntos situados afuera del toro, a una sola espira circular de radio  $r$ . En el centro de cada una de estas espiras, la ecuación (28.17) de  $B = \mu_0 I / 2r$ ; éste es más pequeño que el campo en el interior del solenoide aproximadamente en un factor de  $N/\pi$ .