

Ejercicios capítulo 29

Ejemplo 29.1 Fem y corriente inducidas en una espira.

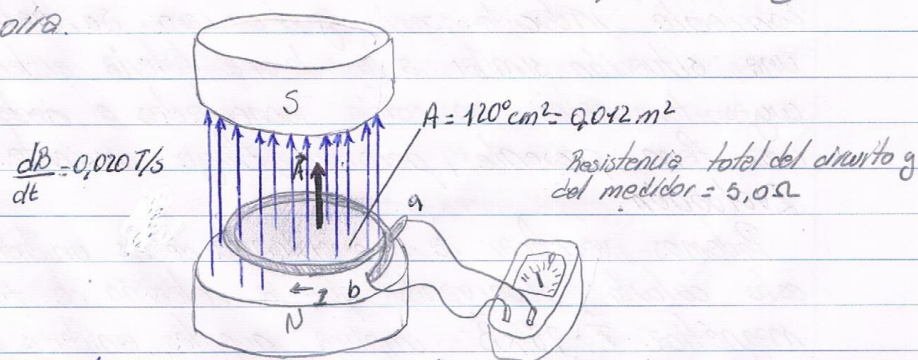
El campo magnético entre las polas del electroimán de la figura es uniforme en cualquier momento, pero su magnitud se incrementa a razón de $0,020 \text{ T/s}$.

El área de la espira conductora en el campo es de 120 cm^2 , y la resistencia total del circuito, incluyendo el medidor, es de $5,0 \Omega$. a) Determine la fem inducida y la corriente inducida en el circuito. b) Si se sustituye la espira por otra hecha de un material aislante, ¿qué efecto tendrá esto sobre la fem inducida y la corriente inducida?

Identificar y Plantear: El flujo magnético Φ_B a través de la espira cambia conforme se modifica el campo magnético. Así, habrá una fem $\mathcal{E}$ y una corriente I inducidas en la espira.

Calculamos Φ_B usando la ecuación (29.2) y luego, determinamos $\mathcal{E}$ usando la ley de Faraday.

Finalmente, se calcula I usando $\mathcal{E} = IR$, donde R es la resistencia total del circuito que incluye la espira.



Ejecutar: a) El área vectorial $\vec{A}$ de la espira es perpendicular al plano de la misma; elegiremos que $\vec{A}$ sea vectorial hacia arriba. Así, $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son paralelos, y como $\vec{B}$ es uniforme, el flujo magnético a

través de la espira es $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 0 = BA$.

El área $A = 0,012 \text{ m}^2$ es constante, por lo que la razón de cambio del flujo magnético es:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_B}{dt} &= \frac{d(BA)}{dt} = \frac{dB}{dt} A = (0,020 \text{ T/s})(0,012 \text{ m}^2) \\ &= 2,4 \times 10^{-4} \text{ V} = 0,24 \text{ mV} \end{aligned}$$

Esto, aparte de un signo que aun no hemos analizado, es la fem inducida $\mathcal{E}$. La corriente inducida correspondiente es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2,4 \times 10^{-4} \text{ V}}{5,0 \Omega} = 4,8 \times 10^{-5} \text{ A} = 0,048 \text{ mA}$$

b) Al cambiar a una espira hecha de material aislante, su resistencia se hace muy grande. La ley de Faraday, ecuación (29.3), no involucra la resistencia del circuito de ninguna forma, por lo que la fem inducida no cambia. Pero la corriente será menor, según la ecuación $I = \mathcal{E}/R$. Si la espira estuviera hecha de un aislante perfecto de resistencia infinita, la corriente inducida sería igual a cero. Se trata de una situación similar a la de una batería aislada, cuyos terminales no estén conectados a nada: hay una fem presente, pero no fluye corriente.

Evaluación:

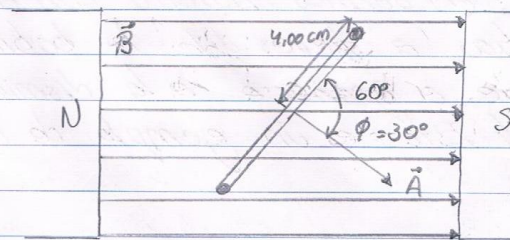
Podemos verificar la consistencia de las unidades en este cálculo observando que la relación de fuerza magnética, $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ implica que las unidades de $\vec{B}$ son las de la fuerza divididas entre las unidades de carga por velocidad: $1 \text{ T} = (1 \text{ N}) / (1 \text{ C} \cdot \text{m/s})$. Por lo que, las unidades de flujo magnético son $(1 \text{ T})(1 \text{ m}^2) = 1 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m} / \text{C}$, y la razón de cambio en el tiempo del

Flujo magnético es $1\text{W} \cdot \text{m}^2/\text{C} = 1\text{J}/\text{C} = 1\text{V}$. Así, la unidad de $d\Phi/dt$ es el volt, como lo requiere la ecuación (29.3). También recordemos que la unidad de flujo magnético es el weber (Wb); $1\text{T} \cdot \text{m}^2 = 1\text{Wb}$, por lo que $1\text{V} = 1\text{Wb/s}$.

Ejemplo 29.2 Magnitud y dirección de una fem inducida.

Se coloca una bobina circular de alambre que tiene 500 espiras con un radio de 4.00 cm entre los polos de un electroimán grande, donde el campo magnético es uniforme y forma un ángulo de 60° con el plano de la bobina; el campo disminuye a una razón de 0.200T/s . ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la fem inducida?

Identificar y plantear: La incógnita es la fem inducida por un flujo magnético variable a través de la bobina. El flujo varía debido a que la amplitud del campo magnético disminuye. Se elige que la dirección del vector área $\vec{A}$ sea la que se observa en la figura. Con tal elección, la geometría es muy similar a la de la figura 29.6b. Ese figure nos ayudará a determinar la dirección de la fem inducida.



Ejercer: El campo magnético es uniforme en toda la espira, por lo que es posible calcular el flujo con la ecuación (29.2): $\Phi = BA \cos \phi$, donde $\phi = 30^\circ$, donde la única cantidad que cambia con el tiempo es la magnitud B del campo, de modo que $d\Phi/dt = (dB/dt) A \cos \phi$.

Según la ecuación (29.4) la fem inducida en la bobina de $N = 500$ espiras es:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{dB}{dt} A \cos \phi$$

$$= -500 (-0,200 \text{ T/s}) \pi (0,0400 \text{ m})^2 (\cos 30^\circ) = 0,435 \text{ V}$$

La respuesta positiva significa que cuando se apunta el pulgar derecho en la dirección del vector área $\vec{A}$ (30° por debajo del campo magnético $\vec{B}$ en la figura), la dirección positiva para $\mathcal{E}$ corresponde a la dirección de los dedos doblados de la mano derecha. Si en la figura viéramos la bobina desde el lado izquierdo y en la dirección de $\vec{A}$, la fem iría en sentido horario.

Evaluar: Si se conectan los extremos del alambre, la dirección de la corriente en la bobina sería la misma que la de la fem, es decir, en sentido horario, viendo desde la izquierda de la bobina. Una corriente en sentido horario aumenta el flujo magnético a través de la bobina, por lo que tiende a oponerse a la disminución del flujo total. Este es un ejemplo de la ley de Lenz.

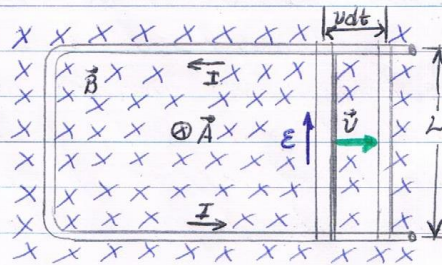
Ejemplo 29.5. Generador III: El generador de conductor deslizante.

La figura muestra un conductor con forma de U en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al plano de la figura, dirigido hacia la página. Se coloca una varilla de metal con longitud L (el "conductor deslizante"), entre los dos brazos del conductor para formar un circuito, y se mueve la varilla hacia la derecha con velocidad $\vec{v}$ constante. Esto induce una fem y una corriente, que es la causa por la que este dispositivo se llama generador de conductor deslizante.

Determine la magnitud y dirección de la fem inducida resultante.

Identificar y plantear: El flujo magnético cambia porque aumenta el área de la espira, limitada a la derecha por la varilla móvil. La magnitud es la fem inducida $\mathcal{E}$ en esta espira con área en expansión.

El campo magnético es uniforme en toda el área de la espira, por lo que se calcula el flujo magnético empleando $\Phi_B = BA \cos \phi$. Se dice que el vector área $\vec{A}$ apunte directo hacia la página, en la misma dirección que $\vec{B}$. Con tal elección, una fem positiva será aquella que esté dirigida en el sentido horario alrededor de la espira; se puede comprobar con la regla de la mano derecha.



Freuter: Como $\vec{B}$ y $\vec{A}$ apuntan en la misma dirección, el ángulo $\phi = 0$ y $\Phi_B = BA$. La magnitud B del campo magnético es constante, por lo que la fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \frac{dA}{dt}$$

Para calcular dA/dt se observa que en el momento dt la varilla deslizante se desplaza una distancia $v dt$, y el área de la espira se incrementa en una cantidad $dA = Lv dt$. Por lo tanto, la fem inducida es:

$$\mathcal{E} = -B \frac{Lv dt}{dt} = -BLv$$

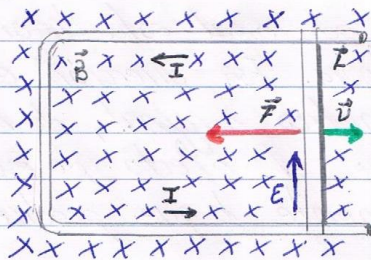
El signo negativo nos indica que la fem está dirigida en el sentido antihorario alrededor de la espira, al igual que la corriente inducida, como se muestra en la figura.

Evaluación: La fem de un generador de conductor deslizante es constante si v es constante. En este caso, el generador de conductor deslizante actúa como un generador de corriente directa. No es un dispositivo muy práctico, ya que la varilla en cierto momento se mueve más allá del conductor con forma de U y el contacto se pierde, con lo que la corriente se detiene.

Ejemplo 29.6. Trabajo y potencia en un generador de conductor deslizante.

En el generador de conductor deslizante del ejemplo 29.5, la energía se disipa en el circuito debido a su resistencia. Sea R la resistencia del circuito (formado por el conductor deslizante que se mueve y el conductor en forma de U que conecta los extremos del conductor deslizante), en un momento dado del movimiento del conductor deslizante. Determine la razón a la que se disipa energía en el circuito y la razón a la que se debe efectuar trabajo para desplazar la varilla a través del campo magnético.

Identificar y plantear: Las incógnitas son las razones a las que se disipa energía y se realiza trabajo. La energía se disipa en el circuito a una razón $P_{\text{disipada}} = I^2 R$. La corriente I en el circuito es igual a $\mathcal{E}/R$; en el ejemplo 29.5 se obtuvo una expresión para $\mathcal{E}$ inducida $\mathcal{E}$ en este circuito. Hay una fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ sobre la varilla, donde $\vec{L}$ apunta a lo largo de la varilla en la dirección de la corriente. La figura muestra que esta fuerza es opuesta a la velocidad $\vec{v}$ de la varilla; para mantener el movimiento, quien sea que empuje la varilla debe aplicar una fuerza de igual magnitud en la dirección de $\vec{v}$. Esta fuerza hace trabajo a una razón $P_{\text{aplicada}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.



Ejercitor: Primero se calcula P_{disipada} . De acuerdo con el ejemplo 29.5, $\mathcal{E} = -BLv$, de modo que la corriente en la varilla es $I = |\mathcal{E}|/R = BLv/R$. Por lo que

$$P_{\text{disipada}} = I^2 R = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

Para calcular P_{aplicada} primero se determine la magnitud de $\vec{F} \cdot \vec{L} \times \vec{B}$. Como $\vec{L}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, esta magnitud es:

$$F_L B = \frac{BLv}{R} LB = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

La fuerza aplicada tiene la misma magnitud y hace trabajo a una razón de:

$$P_{\text{aplicada}} = Fv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

Evoluc: La razón a la que se realiza trabajo es exactamente igual a la razón a la que la energía se disipa en la resistencia.

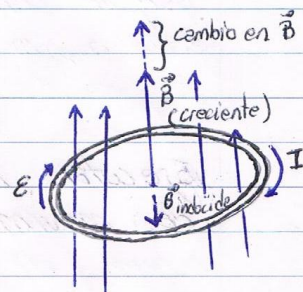
Ejemplo conceptual 29.7. La ley de Lenz y el generador de conductos deslizante.

En la figura del ejemplo 29.5, la corriente inducida en la espira provoca un campo magnético adicional en el área limitada por la espira. La dirección de la corriente inducida va en sentido antihorario; entonces, de acuerdo con el análisis de la sección 28.5, este campo magnético adicional está dirigido hacia afuera del plano de la figura. Esa dirección es opuesta a la del campo magnético original, de modo que tiende a cancelar el efecto de ese campo, lo cual es exactamente lo que predice la ley de Lenz.

Ejemplo conceptual 29.8. la ley de Lenz y la dirección de la corriente inducida.

En la figura hay un campo magnético uniforme $\vec{B}$ a través de la bobina. La magnitud del campo va en aumento, de modo que hay una fem inducida. Con base en la ley de Lenz, determine la dirección de la corriente inducida resultante.

solución: Esta situación es la misma que la del ejemplo 29.1. según la ley de Lenz, la corriente inducida debe producir un campo magnético $\vec{B}_{\text{inducido}}$ dentro de la bobina cuya dirección es hacia abajo, en oposición al cambio en el flujo. Con la regla de la mano derecha descrita en la sección 28.5, para la dirección del campo magnético generado por una espira circular $\vec{B}_{\text{inducido}}$ tendrá la dirección mencionada, si la corriente inducida fluye como se indica en la figura.

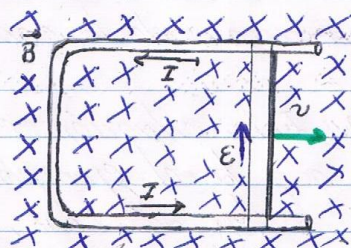


Ejemplo 29.9. Fem de movimiento en un generador de conductor deslizante.

Suponga que la varilla móvil de la figura tiene 0,10 m de longitud, su velocidad v es de 2,5 m/s, la resistencia total de la espira es de 0,030 Ω , y $\vec{B}$ es de 0,60 T. Calcule la fem de movimiento, la corriente inducida y la fuerza que actúa sobre la varilla.

Identificar y Plantear

La fem de movimiento $\mathcal{E}$ la calcularemos usando la ecuación (29.6), y la corriente a partir de los valores de $\mathcal{E}$ y la resistencia R . La fuerza sobre la varilla es la fuerza magnética ejercida por $\vec{B}$ sobre la corriente en la varilla; calcularemos esta fuerza usando $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$.



Ejecutar: De acuerdo con la ecuación (29.6), la fem de movimiento es:

$$\mathcal{E} = vBl = (2.5 \text{ m/s})(0.60 \text{ T})(0.10 \text{ m}) = 0.15 \text{ V}$$

La corriente inducida en la espira es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.15 \text{ V}}{0.030 \text{ }\Omega} = 5.0 \text{ A}$$

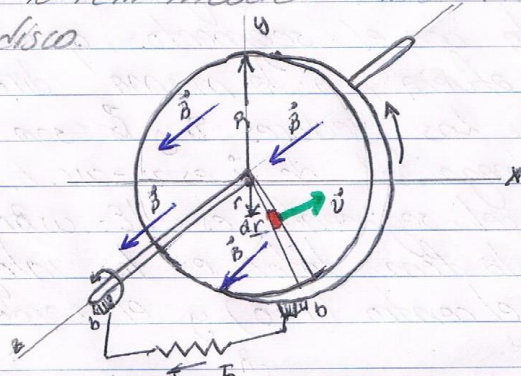
En la expresión de la fuerza magnética $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$, el vector $\vec{L}$ apunta en el mismo sentido que la corriente inducida en la varilla (de lo hacia a en la figura). La aplicación de la regla de la mano derecha para productos vectoriales muestra que esta fuerza está en dirección opuesta al movimiento de la varilla. Como $\vec{L}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, la fuerza magnética tiene una magnitud

$$F = ILB = (5.0 \text{ A})(0.10 \text{ m})(0.60 \text{ T}) = 0.30 \text{ N}$$

Evaluar: La respuesta sobre la dirección de $\vec{F}$ se comprueba mediante la ley de Lenz. Si tomamos el vector área $\vec{A}$ de manera que apunte hacia el plano de la espira, el flujo magnético es positivo y creciente conforme la varilla se mueve hacia la derecha y aumenta el área de la espira. La ley de Lenz nos indica que una fuerza parece oponerse a este incremento en el flujo. De esta forma, la fuerza sobre la varilla es hacia la izquierda, opuesta a su movimiento.

Ejemplo 29.10 Dinamo de disco de Faraday

La figura muestra un disco conductor con radio R que se encuentra en el plano xy y gira con velocidad angular constante ω alrededor del eje z . El disco está en un campo $\vec{B}$ constante, uniforme, en dirección del eje z . Calcule la fem inducida entre el centro y el borde del disco.



Identificar y plantear: Se genera una fem de movimiento porque el disco conductor se mueve con respecto al campo $\vec{B}$. La complicación es que distintas partes del disco se mueven con diferente rapidez v dependiendo de su distancia al eje de rotación. Trataremos esto considerando pequeños segmentos del disco e integrando sus

contribuciones para determinar la incógnita, la fem entre el centro y el borde. Considere el pequeño segmento del disco mostrado en rojo en la figura e identifíquelo con su vector velocidad $\vec{v}$. La fuerza magnética por unidad de carga sobre este segmento es $\vec{v} \times \vec{B}$, que apunta radialmente hacia afuera desde el centro del disco. Entonces, la fem inducida tiende a hacer que la corriente fluya radialmente hacia afuera, lo cual nos indica que la trayectoria de conducción en la cual debemos pensar en este caso es una recta que va del centro al borde. La fem de cada pequeño segmento del disco a lo largo de esta línea se obtiene usando $d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}$ y, luego, se integra para determinar la fem total.

Ejecute: El vector longitud $d\vec{l}$ (de longitud dl) asociado con el segmento apunta radialmente hacia afuera, en la misma dirección que $\vec{v} \times \vec{B}$. Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares y la magnitud de $\vec{v}$ es $v = \omega r$. Entonces, la fem del segmento es $d\mathcal{E} = \omega B r dr$. Por lo tanto, la fem total es la integral de $d\mathcal{E}$ entre el centro ($r=0$) y el borde ($r=R$):

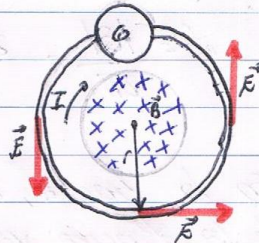
$$\mathcal{E} = \int_0^R \omega B r dr = \frac{1}{2} \omega B R^2$$

Evaluar: Este dispositivo puede usarse como fuente de fem en un circuito completando el circuito con dos escobillas fijas (identificadas con b en la figura) que hagan contacto con el disco y se

eje de conducción, como se ilustra. Este disco se conoce como dinamo de disco de Faraday o generador homopolar.

Ejemplo 29.11. Campos eléctricos inducidos.

Suponga que el solenoide largo de la figura tiene 500 espiras por metro y 4.0 cm^2 de área de sección transversal. La corriente en su embobinado crece a razón de 400 A/s . a) Determine la magnitud de la fem inducida en la espira de alambre afuera del solenoide. b) Calcule la magnitud del campo eléctrico inducido dentro de la espira, si su radio es de 2.0 cm .



Identificar y plantear: Como se ilustra en la figura el campo magnético creciente en el interior del solenoide origina un cambio en el flujo magnético a través de la espira de alambre e induce así un campo eléctrico $\vec{E}$ alrededor de la espira. Las incógnitas son la fem inducida $\mathcal{E}$ y la magnitud E del campo eléctrico. Utilizaremos la ecuación (29.8) para determinar la fem. La espira y el solenoide comparten el mismo eje central. Entonces, por simetría, el campo eléctrico es tangente a la espira y tiene la misma magnitud E en toda su circunferencia. Por lo tanto, podemos usar la ecuación (29.9) para calcular E .

Ejecutor: a) De acuerdo con la ecuación (29.8), la fem inducida es:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt}$$

$$= -(4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A}\cdot\text{m}) (500 \text{ espiras/m}) \\ \times (4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) (100 \text{ A/s})$$

$$= -25 \times 10^{-6} \text{ Wb/s} = -25 \times 10^{-6} \text{ V} = -25 \text{ }\mu\text{V}$$

b) Por simetría, la integral de línea $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ tiene un valor absoluto de $2\pi r \mathcal{E}$, sin importar la dirección en que se integre alrededor de la espira. Esto es igual al valor absoluto de la fem, por lo que:

$$\mathcal{E} = \frac{|\mathcal{E}|}{2\pi r} = \frac{25 \times 10^{-6} \text{ V}}{2\pi (2.0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 2.0 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

Evaluar: En la figura, el flujo magnético hacia el plano de la figura va en aumento. De acuerdo con la regla de la mano derecha para la fem inducida, una fem positiva iría en el sentido horario alrededor de la espira; el signo negativo de $\mathcal{E}$ indica que la fem va en sentido antihorario.