

**Infografía y ejercicios resueltos,
capitulo 26 "Circuitos de corriente
directa "**

Libro: Sears y Zemansky- FÍSICA

UNIVERSITARIA CON FISICA MODERNA

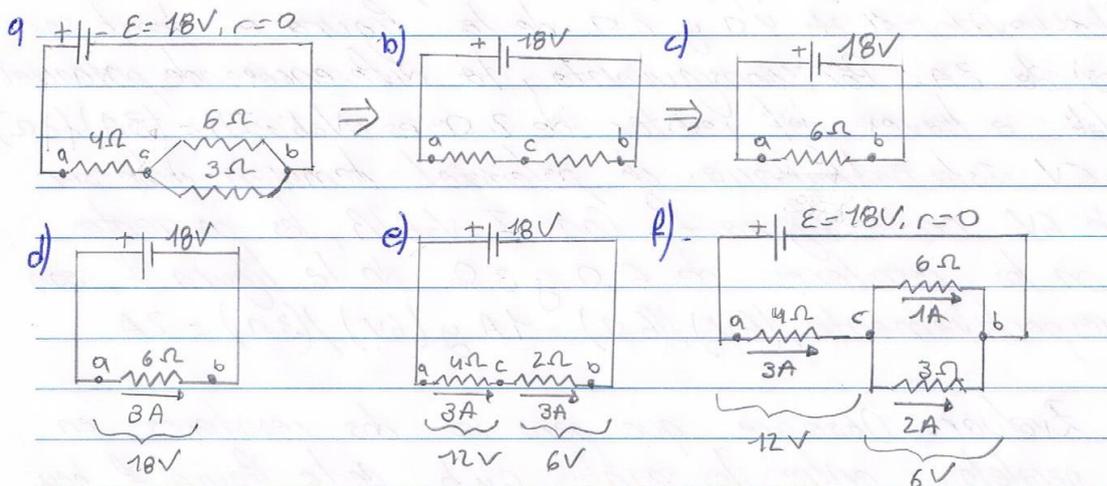
tomo 2- YOUNG Y FREEDMAN.

Alumno: Jonatan Márquez.

Ejemplo 26.1: Resistencia equivalente

Calcule la resistencia equivalente de la red que se muestra en la figura y la corriente en cada resistor. La fuente de fem tiene resistencia interna insignificante.

Identificar y plantear: Esta red de tres resistores es una combinación de resistencias en serie y en paralelo. Primero se determina la resistencia equivalente de los resistores en paralelo de $6\ \Omega$ y $3\ \Omega$, luego, la de su combinación en serie con el resistor de $4\ \Omega$; ésta es la resistencia R_{eq} de esta red en su conjunto. Luego, se calcula la corriente en la fem que es la misma que la corriente en el resistor de $4\ \Omega$. La diferencia de potencial es la misma a través de cada uno de los resistores en paralelo de $6\ \Omega$ y $3\ \Omega$; se utiliza este principio para determinar cuánto corriente va hacia cada resistor.



Ejecutar: Las figuras b. y c. muestran los pasos sucesivos para reducir la red a una sola resistencia equivalente R_{eq} . De acuerdo con la ecuación, los resistores de 6Ω y 3Ω en paralelo de la figura a, equivalen al resistor único de 2Ω de la figura b:

$$\frac{1}{R_{6\Omega+3\Omega}} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{1}{2\Omega}$$

El mismo resultado se obtiene con la ecuación $R_{eq} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. De acuerdo con la ecuación: $R_{eq} = R_1 + R_2 + R \dots$, la combinación en serie de este resistor de 2Ω con el de 4Ω es equivalente al resistor único de 6Ω de la figura a.

Para determinar la corriente en cada resistor de la red original, se invierten los pasos. En el circuito que se ilustra en la figura d, la corriente es $I = V_{ab} / R = (18V) / (6\Omega) = 3A$. Así que la corriente en los resistores de 4Ω y 2Ω de la figura e también es de $3A$. Por consiguiente, la diferencia de potencial V_{ab} a través del resistor de 2Ω es $V_{ab} = IR = (3A)(2\Omega) = 6V$. Esta diferencia de potencial también debe ser de $6V$ en la figura f. Con $I = V_{ab} / R$, las corrientes en los resistores de 6Ω y 3Ω de la figura f, son respectivamente, $(6V) / (6\Omega) = 1A$ y $(6V) / (3\Omega) = 2A$.

Evaluar: Observe que para los dos resistores en paralelo entre las puntas c y b de la figura f, hay el doble de corriente a través del resistor

de 3Ω que a través del resistor de 6Ω ; es decir, pasa más corriente por la trayectoria de menor resistencia, de acuerdo con la ecuación: $I_1/I_2 = R_2/R_1$. Observe también que la corriente total a través de esos dos resistores es de $3A$, la misma que pasa a través del resistor de 4Ω entre los puntos a y c.

Ejemplo 26.2: Combinación en serie contra combinación en paralelo.

Dos bombillas idénticas, cada una con resistencia $R = 2\Omega$, se conectan a una fuente con $\mathcal{E} = 8V$ y resistencia interna despreciable. Calcule la corriente y la diferencia de potencial a través de cada bombilla, así como la potencia entregada a cada una y a toda la red, si las bombillas están conectadas a) en serie b) en paralelo. c) Suponga que una de las bombillas se funde. ¿Qué sucede con la otra bombilla para el caso de conexión en serie? ¿Y para el caso de conexión en paralelo?

Identificar y Plantear: Las bombillas son resistencias conectadas en serie y en paralelo. Una vez que se ha calculado la corriente I a través de cada bombilla, se obtiene la potencia entregada a cada una por medio de la ecuación $P = I^2 R = V^2/R$.

Ejecutar: La resistencia equivalente de las dos bombillas entre los puntos a y c en la figura a es $R_{eq} = 2R = 2(2\Omega) = 4\Omega$. La corriente es la misma a través de cada bombilla en serie:

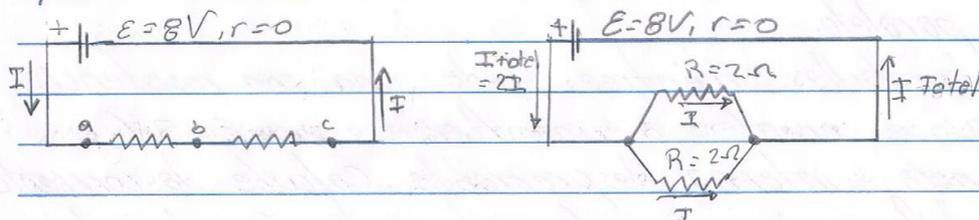
$$I = \frac{V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{8V}{4\Omega} = 2A$$

Como las bombillas tienen la misma resistencia, la diferencia de potencial es la misma a través de cada una:

$$V_{ab} = V_{bc} = IR = (2A)(2\Omega) = 4V$$

a) Bombilla en serie.

b) Bombilla en Paralelo.



La potencia entregada a cada bombilla es:

$$P = I^2 R = (2A)^2 (2\Omega) = 8W \text{ o bien}$$

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{V_{bc}^2}{R} = \frac{(4V)^2}{2\Omega} = 8W$$

La potencia total entregada a las bombillas es

$$P_{bt} = 2P = 16W.$$

b) Si las bombillas están en paralelo, como en la figura b, la diferencia de potencial V_{de} a través de cada bombilla es la misma e igual a 8V, el voltaje entre los terminales de la fuente, por lo que la corriente a través de cada bombilla es:

$$I = \frac{V_{de}}{R} = \frac{8V}{2\Omega} = 4A \text{ y la potencia entregada a cada}$$

bombilla es: $P = I^2 R = (4A)^2 (2\Omega) = 32W$ o bien

$$P = \frac{V_{de}^2}{R} = \frac{(8V)^2}{2\Omega} = 32W$$

Tanto la diferencia de potencial como la corriente a través de cada bombilla son el doble de grandes que el caso de la conexión en serie. Por lo tanto, la potencia entregada a cada bombilla es cuatro veces mayor y cada bombilla brilla más que en el caso en serie.

d) En el caso en serie, fluye la misma corriente a través de ambas bombillas. Si una de éstas se fundiera, no habría corriente en todo el circuito y ninguna bombilla brillaría.

En el caso en paralelo, la diferencia de potencial a través de cualquier bombilla permanecería igual, aun si una de las bombillas se fundiera. Así que seguiría iguales la corriente a través de la bombilla en funcionamiento y la potencia entregada a esa bombilla.

Evaluar: Nuestro cálculo no es completamente exacto porque la resistencia $R = V/I$ de las bombillas reales depende de la diferencia de potencial V a través de la bombilla. Por tal razón, la resistencia del filamento aumenta con el incremento de V . No obstante, las bombillas conectadas en serie a través de una fuente de hecho, brillan menos que cuando se conectan en paralelo con la misma fuente.

Evalúe su comprensión: Suponga que los tres resistores que se ilustran en la figura 26.1 tienen la misma resistencia, por lo que $R_1 = R_2 = R_3 = R$. Clasifique los cuatro arreglos que se muestran

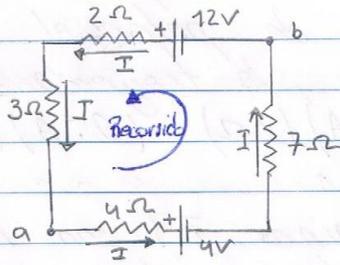
en los incisos a) a d) de la figura 26.1, en orden decreciente de su resistencia equivalente.

Respuesta: a), c), d), b). Los tres resistores en la figura 26.1a están conectados en serie, por lo que $R_{eq} = R + R + R = 3R$. En la figura 26.1b, los tres resistores están en paralelo, de manera que $1/R_{eq} = 1/R + 1/R + 1/R = 3/R$. En la figura 26.1c los resistores segundo y tercero están en paralelo, por lo que su resistencia equivalente R_{23} está dada por $1/R_{23} = 1/R + 1/R = 2/R$; por lo tanto $R_{23} = R/2$. La combinación está en serie con el primer resistor, por lo que los tres resistores juntos tienen resistencia equivalente $R_{eq} = R + R/2 = 3R/2$. En la figura 26.1d, los resistores segundo y tercero están en serie, de manera que su resistencia equivalente es $R_{23} = R + R = 2R$. Esta combinación se encuentra en paralelo con el primer resistor, así que la resistencia equivalente de la combinación de los tres resistores está dada por $1/R_{eq} = 1/R + 1/2R = 3/2R$. De ahí que $R_{eq} = 2R/3$.

Ejemplo 26.3: Circuito de una sola malla

El circuito mostrado en la figura a, tiene dos baterías, cada una con una fem y una resistencia interna, y dos resistores. Calcule a) la corriente en el circuito, b) la diferencia de potencial V_{ab} y c) la potencia de salida de la fem de cada batería.

Identificar y plantear: Este circuito de una sola malla no tiene nodos, por lo que no se necesitan las reglas de Kirchhoff de los nodos. Para aplicar la regla de Kirchhoff de las mallas, primero se supone el sentido de la corriente: un sentido, sentido antihorario.



Ejercitar: a) Se inicia en a y se viaja en sentido antihorario con la corriente, se suman los incrementos y las disminuciones de potencial, y la suma se iguala a cero, como muestra la ecuación:

$$-I(4\Omega) - 4V - I(7\Omega) + 12V - I(2\Omega) - I(3\Omega) = 0$$

sumando los términos semejantes y despejando I :

$$8V = I(16\Omega) \quad \text{e} \quad I = 0,5A$$

El resultado positivo de I demuestra que es correcto el sentido elegido para la corriente.

b) Para determinar V_{ab} , el potencial de a con respecto a b , se comienza en b y se suman los cambios de potencial a medida que se avanza hacia a .

Hay dos trayectorias posibles de b a a ; primero se toma la inferior y se obtiene:

$$V_{ab} = (0,5A)(7\Omega) + 4V + (0,5A)(4\Omega) = 9,5V$$

El punto a tiene un potencial 9,5V más alto que el b. Todos los términos - de esta suma, incluidos los IR , son positivos porque cada uno representa un incremento de potencial conforme se pasa de b a a. Para la trayectoria superior tenemos

$$V_{ab} = 12V - (0,5A)(2\Omega) - (0,5A)(3\Omega) = 9,5V$$

Aquí, los términos IR son negativos porque nuestra trayectoria va en el sentido de la corriente, con disminuciones de potencial a través de los resistores. El resultado de V_{ab} es el mismo para ambas trayectorias, como debe ser para que el cambio total de potencial alrededor de la trayectoria cerrada sea igual a cero.

c) Las potencias de salida de la fem de la batería de 12V y 4V son:

$$P_{12V} = EI = (12V)(0,5A) = 6W$$

$$P_{4V} = EI = (-4V)(0,5A) = -2W$$

El signo negativo de E para la batería de 4V se debe a que la corriente en realidad fluye del lado de mayor potencial de la batería al de menor potencial. El valor negativo de P significa que en la batería se está almacenando energía; y que se está recargando mediante la batería de 12V.

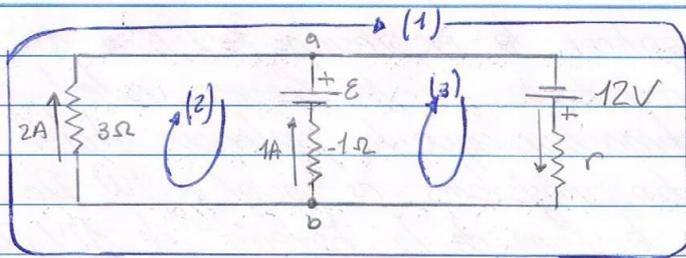
Evaluar: Al aplicar la expresión $P = I^2 R$ a cada uno de los cuatro resistores de la figura, usted debe ser capaz de demostrar que la potencia total disipada en los cuatro resistores es igual a $4W$. De los $6W$ que provee la fem de la batería de $12V$, $2W$ van al almacenamiento de energía en la batería de $4V$ y $4W$ se disipan en los resistencias.

Los resistores de 3Ω y 7Ω de la figura, representen las resistencias de los cables para pasar corriente y de la trayectoria de conducción.

Ejemplo 26.4: Carga de una batería.

En la figura, una fuente de poder de $12V$ con resistencia interna r desconectada está conectada a una batería recargable descargada con fem \mathcal{E} desconocida y resistencia interna de 1Ω , y a una bombilla indicadora con resistencia de 3Ω que transporta una corriente de $2A$. La corriente a través de la batería descargada es igual a $1A$ en el sentido que se indica. Calcule la corriente I a través de la fuente de poder, la resistencia r y la fem \mathcal{E} .

Identificar y plantear: Este circuito tiene más de una malla, por lo que se debe aplicar la regla de los nodos como la regla de las mallas. El sentido de la corriente a través de la fuente de poder de $12V$ y la polaridad de la batería descargada se suponen como se ilustra en la figura. Hay tres incógnitas, así que se necesitan tres ecuaciones.



Ejecute: se aplica la regla de los nodos, al punto a:

$$-I + 1A + 2A = 0 \text{ por lo que } I = 3A$$

Para determinar r , se aplica la regla de las mallas, a la malla grande (1):

$$12V - (3A)r - (2A)(3\Omega) = 0 \text{ de manera que } r = 2\Omega$$

Para determinar ϵ se aplica la regla de las mallas a la espira izquierda (2):

$$-\epsilon + (1A)(1\Omega) - (2A)(3\Omega) = 0. \text{ así que } \epsilon = -5V$$

El valor negativo de ϵ demuestra que la polaridad real de esta fem es opuesta a la que se supuso en la figura. La batería se está recargando.

Evaluar: Intente aplicar la regla de los nodos al punto b en vez de al punto a, y trate de aplicar la regla de las mallas desplazándose en sentido antihorario alrededor de la malla (1). Obtendré los mismos resultados de I y r . Se verifica el resultado de ϵ usando la malla de la derecha (3):

$$12V - (3A)(2\Omega) - (1A)(1\Omega) + \epsilon = 0$$

tilibra

lo cual nuevamente nos da $\epsilon = -5V$

Como comprobación adicional, observe que $V_{ba} = V_b - V_a$ es igual al voltaje a través de la resistencia de $3\ \Omega$, que es $(2\text{ A})(3\ \Omega) = 6\text{ V}$. A lo largo de a a b por el ramal de la derecha, se encuentran diferencias de potencial de $+12\text{ V} - (3\text{ A})(2\ \Omega) = +6\text{ V}$, y el camino por el ramal intermedio, se obtiene $-(-5\text{ V}) + (1\text{ A})(1\ \Omega) = +6\text{ V}$. Las tres formas de obtener V_{ba} dan los mismos resultados.

Ejemplo 26.5: Potencia en un circuito de carga de una batería.

En el circuito del ejemplo 26.4, calcule la potencia entregada por la fuente de 12 V y por la batería que se recarga, y determine la potencia disipada en cada resistor.

Identificar y plantear: Se usen los resultados de la sección 25.5, donde se determinó que la potencia entregada desde una fem a un circuito ET y la entregada a un resistor desde un circuito es $V_{ab}I = I^2R$. Los valores relevantes se conocen a partir del ejemplo 26.4.

Ejecutar: La potencia de salida de la fem de la fuente de poder es:

$$P_{\text{fuente}} = \mathcal{E}_{\text{fuente}} I_{\text{fuente}} = (12\text{ V})(3\text{ A}) = 36\text{ W}$$

La potencia disipada en la resistencia interna r de la fuente de poder es:

$$P_{\text{fuente } r_{\text{fuente}}} = (3\text{ A})^2 (2\ \Omega) = 18\text{ W}$$

por lo que la potencia de salida neta de la fuente de poder es $P_{\text{neto}} = 36\text{ W} - 18\text{ W} = 18\text{ W}$.



De manera alternativa, del ejemplo 26.4, el voltaje terminal de la batería es $V_{ba} = 6V$, por lo que la potencia de salida neta es:

$$P_{\text{neto}} = V_{ba} I_{\text{fuente}} = (6V)(3A) = 18W$$

La potencia de salida de la fem \mathcal{E} de la batería que se carga es:

$$P_{\text{fem}} = \mathcal{E} I_{\text{batería}} = (-5V)(1A) = -5W$$

Esta es negativa porque la corriente de 1A corre a través de la batería, del lado de mayor potencial al de menor potencial. En la batería se almacena energía a medida que se carga. Se disipa potencia adicional en la resistencia interna de la batería; esta potencia es:

$$P_{\text{batería}} = I_{\text{batería}}^2 r_{\text{batería}} = (1A)^2 (1\Omega) = 1W$$

Por lo tanto, la potencia total de alimentación de la batería es $1W + (-5W) = -6W$. De estos, 5W representan energía útil almacenada en la batería; el resto se desperdicia en su resistencia interna.

La potencia disipada en la bombilla es:

$$P_{\text{bombilla}} = I_{\text{bombilla}}^2 R_{\text{bombilla}} = (2A)^2 (3\Omega) = 12W$$

Verificar: Como comprobación, observe que se toma en cuenta toda la potencia de la fuente. De los 18W de potencia neta de la fuente de energía eléctrica, 5W se destinan a la recarga de la batería, 1W se disipa en la resistencia interna de la batería y 12W se disipan en la bombilla.

Entonces, tenemos:

$$18V = I_1(2\Omega) - I_3(4\Omega) \quad (1')$$

$$13V = I_1(3\Omega) + I_3(5\Omega) \quad (2')$$

Ahora se elimina I_3 multiplicando la ecuación (1') por 5 y sumando las dos ecuaciones:

$$78V = I_1(13\Omega) \quad I_1 = 6A$$

Cuyo resultado se sustituye en la ecuación (1') para obtener $I_3 = -1A$; y de la ecuación (2) se obtiene $I_2 = 5A$. El valor negativo de I_3 indica que su sentido es opuesto a nuestra suposición inicial. La corriente total a través de la red es $I_1 + I_2 = 11A$, y la caída de potencial a través de ella es igual a la fem de la batería, es decir, 13V. Por lo tanto, la resistencia equivalente de la red es:

$$R_{eq} = \frac{13V}{11A} = 1,2\Omega$$

Finalmente los resultados de I_1 , I_2 e I_3 se comprueban sustituyendo sus valores en las ecuaciones (1), (2) y (3).

Ejemplo 26.7: Diferencia de potencial en una red compleja.

En el circuito del ejemplo 26.4, calcule la diferencia de potencial V_{ab} .

Identificar y plantear: La incógnita $V_{ab} = V_a - V_b$ es el potencial en el punto a con respecto al punto b. Para determinarlo, se comienza en el punto b y se sigue una trayectoria hacia a, sumando las subidas y restando las caídas de potencial a medida que se avanza. Podemos seguir cualquiera de varias trayectorias posibles de b a a; el resultado debe ser el mismo para todas las trayectorias, lo cual constituye una forma de comprobar nuestro resultado.

Ejecutar: La trayectoria más sencilla de seguir es a través del resistor central de 1Ω . En el ejemplo 26.6 encontramos que $I_3 = -1A$, que demuestra que el sentido real de la corriente en este resistor es de derecha a izquierda. Así, al ir de b a a, hay una caída de potencial con magnitud $|I_3|R = (1A)(1\Omega) = 1V$. Por consiguiente, $V_{ab} = -1V$ y el potencial en a tiene $1V$ menos que el punto b.

Evaluar: Para comprobar el resultado, se prueba una trayectoria de b a a que pase por los dos resistores interiores. Las corrientes a través de ellas son:

$$I_2 + I_3 = 5A + (-1A) = 4A \quad \text{y}$$

$$I_1 - I_3 = 6A - (-1A) = 7A \quad \text{por lo que:}$$

$V_{ab} = -(4A)(2\Omega) + (7A)(1\Omega) = -1V$ Usted podrá comprobar este resultado usando otra trayectoria de b a a.

Evalue su comprensión: En el ejemplo 26.6, reste la ecuación (1) de la (2). ¿A qué malla de la figura 26.12 corresponde esta ecuación? ¿Habría simplificado esta ecuación la solución del ejemplo 26.6?

Respuesta: Malla cbdac, no. La ecuación (2) menos la (1) da $-I_2(1\Omega) - (I_2 + I_3)(2\Omega) + (I_1 - I_3)(4\Omega) + I_1(4\Omega) = 0$. Esta ecuación se obtiene aplicando la regla de las mallas alrededor de la trayectoria de c a b a d a a y c en la figura 26.12, y no es una ecuación independiente, por lo que no habría ayudado en la solución del ejemplo 26.6.

Ejemplo 26.9: Diseño de un voltímetro

¿Que resistencia en serie se requiere para convertir el medidor de 1.00 mA y 20Ω , descrito anteriormente, en un voltímetro con una escala de 0 a 10.0 V ?

Identificar y plantear: Puesto que este medidor se va a usar como voltímetro, sus conexiones internas corresponden a las de la figura 26.15b. El voltaje máximo permisible a través del voltímetro es $V_V = 10.0\text{ V}$. Queremos que esto suceda cuando la corriente a través de la bobina sea $I_b = 1.00 \times 10^{-3}\text{ A}$. Nuestra incógnita es la resistencia en serie R_s , la cual se obtiene con la ecuación:

$$V_V = I_b (R_{int} + R_s)$$

Ejercer: De acuerdo con esta ecuación:

$$R_s = \frac{V}{I_s} - R_c = \frac{10,0 \text{ V}}{0,00100 \text{ A}} - 20,0 \, \Omega = 9980 \, \Omega$$

Evaluar: Con desviación de escala completa, $V_{ab} = 10,0 \text{ V}$, el voltaje del medidor es de $0,0200 \text{ V}$, el voltaje que cruza R_s , es de $9,98 \text{ V}$ y la corriente que pasa por el voltímetro es de $0,00100 \text{ A}$. La mayoría del voltaje aparece entre los extremos del resistor en serie. Es deseable que la resistencia equivalente alta del medidor sea $R_{eq} = 20,0 \, \Omega + 9980 \, \Omega = 10,000 \, \Omega$. Un medidor de este tipo se describe como un medidor "de 1000 ohms por volt"; en referencia a la razón entre la resistencia y la desviación de escala completa. En operación normal, la corriente que cruza el elemento del circuito que se mide (I en la figura 26.15b) es mucho mayor que $0,00100 \text{ A}$, y la resistencia entre los puntos a y b en el circuito es mucho menor que $10,000 \, \Omega$. Así, el voltímetro tan sólo retira una pequeña fracción de la corriente y casi no interfiere con el circuito sujeto a medición.

Ejemplo 26.8: Diseño de un amperímetro
¿Qué resistencia de derivación se requiere para hacer que el medidor de 1.00 mA y 20Ω descrito anteriormente sea un amperímetro con una escala de 0 a 50.0 mA ?

Identificar y plantear: Puesto que el medidor se emplea como amperímetro, sus conexiones internas corresponden a las de la figura 26.15a. La incógnita es la resistencia de derivación R_{sh} , la cual calcularemos usando la ecuación (26.7). El amperímetro debe manejar una corriente máxima $I_a = 50.0 \times 10^{-3} \text{ A}$. La resistencia de la bobina es $R_c = 20.0 \Omega$, y el medidor presenta una desviación de escala completa cuando la corriente a través de la bobina es $I_b = 1.00 \times 10^{-3} \text{ A}$.

Ejecutar: se despeja R_{sh} de la ecuación (26.7)
 $I_b R_c = (I_a - I_b) R_{sh}$ para obtener:

$$R_{sh} = \frac{I_b R_c}{I_a - I_b} = \frac{(1.00 \times 10^{-3} \text{ A})(20.0 \Omega)}{50.0 \times 10^{-3} \text{ A} - 1.00 \times 10^{-3} \text{ A}}$$
$$= 0.408 \Omega$$

Evaluar: Es útil considerar como un todo la resistencia equivalente R_{eq} del amperímetro. De acuerdo con la ecuación:

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_{sh}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{20.0 \Omega} + \frac{1}{0.408 \Omega} \right)^{-1}$$

La resistencia de derivación es tan pequeña en  comparación con la resistencia de la bobina,

que la resistencia equivalente es casi igual a la de derivación. El resultado es un amperímetro de baja resistencia equivalente con la escala deseada de 0 a 50 mA. Con desviación de escala completa, $I = I_a = 50 \text{ mA}$, la corriente a través del galvanómetro es de 1.00 mA, la corriente a través del resistor de derivación es de 49.0 mA y $V_{ab} = 0.0200 \text{ V}$. Si la corriente I fuera menor que 50.0 mA, la corriente en la bobina y la desviación serían proporcionalmente menores.

Ejemplo 26.10: Medición de la resistencia R

El voltímetro en el circuito de la figura 26.16a da una lectura de 12 V y el amperímetro una de 0.100 A. Las resistencias del medidor son $R_V = 10000 \Omega$ (para el voltímetro) y $R_A = 2.00 \Omega$ (para el amperímetro). ¿Cuáles son la resistencia R y la potencia disipada en el resistor?

Identificar y plantear: El amperímetro da una lectura de corriente $I = 0.100 \text{ A}$ a través del resistor, y el voltímetro da la lectura de la diferencia de potencial entre los puntos a y c. Si el amperímetro fuera ideal (es decir, si $R_A = 0$), habría una diferencia de potencial igual a cero entre b y c, y la lectura del voltímetro $V = 12.0 \text{ V}$ sería igual a la diferencia de potencial V_{ab} a través del resistor; la resistencia simplemente sería igual a $R = V/I = (12.0 \text{ V})/(0.100 \text{ A}) = 120 \Omega$.
sin embargo, el amperímetro no es ideal

(su resistencia es $R_A = 2,00 \Omega$), por lo que la lectura que el voltímetro hace de V en realidad es la suma de las diferencias de potencial V_{bc} (a través del amperímetro) más V_{ab} (a través del resistor). Se usa la ley de Ohm para determinar el voltaje V_{bc} a partir de la corriente y la resistencia del amperímetro conocidos. Luego se despejan V_{ab} y la resistencia R . Así se podrá calcular la potencia P en el resistor.

Ejercitor:

De acuerdo con la ley de Ohm, $V_{bc} = I R_A = (0,100 \text{ A})(2,00 \Omega) = 0,200 \text{ V}$ y $V_{ab} = I R$. La suma de esto es $V = 12,0 \text{ V}$, por lo que la diferencia de potencial a través del resistor es $V_{ab} = V - V_{bc} = (12,0 \text{ V}) - (0,200 \text{ V}) = 11,8 \text{ V}$. Por lo tanto la resistencia es:

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{11,8 \text{ V}}{0,100 \text{ A}} = 118 \Omega$$

La potencia disipada en este resistor es

$$P = V_{ab} I = (11,8 \text{ V})(0,100 \text{ A}) = 1,18 \text{ W}$$

Evaluar: Se puede confirmar este resultado de la potencia si se utiliza la fórmula alternativa $P = I^2 R$.

Ejemplo 26.11: Medición de la resistencia II

Suponga que los medidores del ejemplo 26.10 están conectados a un resistor diferente como se ilustra en la figura 26.16b, y que las lecturas obtenidas en ellos son las mismas que las del ejemplo 26.10. ¿Cuál es el valor de esta nueva resistencia R y de la potencia disipada en el resistor?

Identificar y plantear:

En el ejemplo 26.10 el amperímetro leía la corriente real a través del resistor, pero la lectura del voltímetro no era la misma que la diferencia de potencial a través del resistor. Ahora la situación es la contraria: la lectura del voltímetro $V = 12.0\text{V}$ indica la diferencia de potencial real V_{ab} a través del resistor, pero la lectura del amperímetro $I_A = 0.100\text{A}$ no es igual a la corriente I a través del resistor. La aplicación de la regla de los nodos en b en la figura 26.16b indica que $I_A = I + I_V$, donde I_V es la corriente a través del voltímetro. I_V se calcula a partir de los valores dados de V y la resistencia R_V del voltímetro, y ese valor se utiliza para determinar la corriente I en el resistor. Después, se determina la resistencia R a partir de I y la lectura del voltímetro, y se calcula la potencia como en el ejemplo 26.10.

Resolver:

Se tiene $I_V = V/R_V = (12.0\text{V})/(10,000\Omega) = 1.20\text{mA}$.
La corriente real I en el resistor es $I = I_A - I_V = 0.100\text{A} - 0.0012\text{A} = 0.0988\text{A}$, y la resistencia es:

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{12.0V}{0.0988A} = 121 \Omega$$

La potencia disipada en el resistor es

$$P = V_{ab}I = (12.0V)(0.0988A) = 1.19W$$

Evaluar:

Con medidores ideales, nuestros resultados habrían sido $R = 12.0V/0.100A = 120\Omega$ y $P = VI = (12.0V)(0.100A) = 1.2W$. Los resultados reales (correctos) no son muy diferentes en este caso, ya que el amperímetro y el voltímetro son casi ideales: en comparación con la resistencia R en estudio, la resistencia R_A del amperímetro es muy pequeña, y la resistencia R_V del voltímetro es muy grande. En tales condiciones, al considerar los medidores como ideales se obtienen resultados bastante buenos; un trabajo de precisión requiere cuidados como los realizados en estos dos ejemplos.

Evalúe su comprensión: Se desea medir la corriente y la diferencia de potencial a través del resistor de 2Ω que se ilustra en la figura 26.12 (ejemplo 26.6)

- Para ello ¿cómo se deberían conectar un amperímetro y un voltímetro? i. El amperímetro y el voltímetro conectados en serie con el resistor de 2Ω ; ii. el amperímetro se conecta en serie con el resistor de 2Ω y el voltímetro se conecta entre los puntos b y d ; iii. El amperímetro se conecta entre los puntos b y d , y el voltímetro en serie con el resistor de 2Ω ; iv. El amperímetro y el voltímetro se conectan entre los puntos b y d .

b) ¿Qué

resistencia deben tener estos instrumentos? i. Las resistencias del amperímetro y el voltímetro tienen que ser mucho mejores que 2Ω ; ii. la resistencia del amperímetro debe ser mucho mayor que 2Ω y la del voltímetro mucho menor que 2Ω . iii. la resistencia del amperímetro tiene que ser mucho menor que 2Ω y la del voltímetro mucho mayor que 2Ω ; iv. las resistencias de ambos instrumentos deben ser mucho menores que 2Ω .

Respuesta: a) ii, b) iii.

Un amperímetro siempre debe colocarse en serie con el elemento de interés en el circuito, y un voltímetro siempre debe estar en paralelo. De manera ideal, el amperímetro tendría una resistencia de cero y el voltímetro tendría una resistencia infinita, de manera que su presencia ni en la corriente ni en el voltaje a través del resistor. Ninguna de estas idealizaciones es posible, pero la resistencia del amperímetro debe ser mucho menor 2Ω y la resistencia del voltímetro tiene que ser mucho mayor que 2Ω .

Ejemplo 26.12: carga de un capacitor

Un resistor de $10\ \Omega$ está conectado en serie con un capacitor de $1.0\ \mu\text{F}$ y una batería con fem $12.0\ \text{V}$.

Antes de cerrar el interruptor en el instante $t=0$, el capacitor está descargado. a) ¿cuál es la constante de tiempo? b) ¿Qué fracción de la carga final Q_f hay en el capacitor en $t=463$? c) ¿Qué fracción de la corriente inicial I_0 permanece en $t=466$?

Identificar y plantear: Es la misma situación que se ilustra en la figura 26.20, con $R=10\ \text{M}\Omega$, $C=1.0\ \mu\text{C}$ y $\mathcal{E}=12.0\ \text{V}$. La carga q y la corriente i varían con el tiempo, según se ilustra en la figura 26.21. Las incógnitas son a) la constante de tiempo τ , b) la razón q/Q_f en $t=463$ y c) la razón i/I_0 en $t=466$. La ecuación (26.14) da τ . Para un capacitor que se está cargando, la ecuación (26.12) da q y la ecuación (26.13) da i .

Ejecutar: a) según la ecuación (26.14)

$$\tau = RC = (10 \times 10^6 \Omega)(1.0 \times 10^{-6} \text{F}) = 10\ \text{s}$$

b) A partir de la ecuación (26.12)

$$\frac{q}{Q_f} = 1 - e^{-t/RC} = 1 - e^{-(463)/(10\ \text{s})} = 0.99$$

c) De acuerdo con la ecuación (26.13)

$$\frac{i}{I_0} = e^{-t/RC} = e^{-(466)/(10\ \text{s})} = 0.010$$

Evaluar: Después de 4,6 constantes de tiempo, el capacitor tiene 99% de carga y la corriente ha disminuido al 1,0% de su valor inicial. El circuito se cargaría más rápidamente si se redujera la constante de tiempo usando una menor resistencia.

Ejemplo 26.13: Descarga de un capacitor.

El resistor y el capacitor del ejemplo 26.12 se reconectan como se ilustra en la figura 26.22. Inicialmente, el capacitor tiene una carga de 50 mC y luego, se descarga al cerrar el interruptor en $t=0$. a) ¿En qué momento la carga será igual a 0,50 mC? b) ¿Cuál es la corriente en ese instante?

Identificar y plantear: Ahora el capacitor se descarga, de modo que q e i varían con el tiempo como se ilustra en la figura 26.23, con $Q_0 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ C}$. Nuevamente tenemos que $RC = \tau = 10 \text{ s}$. Las incógnitas son a) el valor de t donde $q = 0,50 \text{ mC}$ y b) el valor de i en ese instante. Primero despejamos t de la ecuación (26.16) y luego despejamos i de la ecuación (26.17).

Ejecutar: a) Al despejar el momento t en la ecuación (26.16), se obtiene:

$$t = -RC \ln \frac{q}{Q_0} = -(10 \text{ s}) \ln \frac{0,50 \text{ mC}}{5,0 \text{ mC}} = 23 \text{ s} = 2,3\tau$$

b) De la ecuación (26.17), con $Q_0 = 5,0 \mu\text{C} = 5,0 \times 10^{-6} \text{C}$

$$i = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = -\frac{5,0 \times 10^{-6} \text{C}}{10 \text{s}} e^{-2,3} = -5,0 \times 10^{-8} \text{A}$$

Evaluar: La corriente en el inciso b) es negativa porque i tiene el signo opuesto cuando el capacitor se descarga que cuando se carga. Observe que se pudo evitar el cálculo de $e^{-t/RC}$ advirtiendo que, en el tiempo en cuestión, $q = 0,10 Q_0$; según la ecuación (26.16), esto significa que $e^{-t/RC} = 0,10$.

Evalúe su comprensión: La energía almacenada en un capacitor es igual a $q^2/2C$. Cuando se descarga un capacitor, ¿qué fracción de la energía inicial permanece después de transcurrido un tiempo igual a una constante de tiempo? i. $1/e$; ii. $1/e^2$; iii. $1 - 1/e$; iv. $(1 - 1/e)^2$; v. la respuesta depende de cuánta energía había almacenada inicialmente.

Respuesta: ii.

Después de una constante de tiempo, $t = RC$ y la carga inicial Q_0 ha disminuido a $Q_0 e^{-t/RC}$:

$Q_0 e^{-RC/RC} = Q_0 e^{-1} = Q_0/e$. De ahí que la energía almacenada haya decrecido de $Q_0^2/2C$ a $(Q_0/e)^2/2C = Q_0^2/2Ce^2$, una fracción $1/e^2 = 0,135$ de su valor inicial. Este resultado no depende del valor inicial de la energía.

Ejemplo 26.14: Circuito en la cocina.

En el mismo circuito de 20A y 120V se conecta un tostador de 1800W, una sartén eléctrica de 1.3kW y una tñmpora de 100W. a) ¿Cuánta corriente toma cada aparato y cuál es su resistencia correspondiente? b) ¿Esta combinación disparará el interruptor del circuito?

Identificar y plantear: Cuando se conectan en el mismo circuito, los tres aparatos estén en paralelo, de modo que el voltaje a través de cada uno es $V = 120V$. Se calcula la corriente I en cada equipo por medio de la relación $P = VI$, donde P es la potencia de alimentación del dispositivo. Para calcular la resistencia R de cada uno, se usa la expresión $P = V^2/R$.

Ejecutar: a) Para simplificar los cálculos de la corriente y resistencia, se observa que $I = P/V$ y $R = V^2/P$. Entonces,

$$I_{\text{tostador}} = \frac{1800W}{120V} = 15A \quad R_{\text{tostador}} = \frac{(120V)^2}{1800W} = 8\Omega$$

$$I_{\text{sartén}} = \frac{1300W}{120V} = 11A \quad R_{\text{sartén}} = \frac{(120V)^2}{1300W} = 11\Omega$$

$$I_{\text{tñmpora}} = \frac{100W}{120V} = 0.83A \quad R_{\text{tñmpora}} = \frac{(120V)^2}{100W} = 144\Omega$$

Para un voltaje constante, el dispositivo con la menor resistencia (el tostador en este caso) toma la mayor cantidad de corriente y recibe la mayor potencia.

b) La corriente total a través de la línea es la suma de las corrientes tomadas por los tres aparatos:

$$I = I_{\text{tostador}} + I_{\text{serén}} + I_{\text{lámpara}} \\ = 15A + 11A + 0.83A = 27A$$

lo cual rebasa la capacidad nominal de 20A en la línea, por lo que se disparará el interruptor.
Alternar: También se podría calcular la corriente total usando $I = P/V$ y la potencia total P entregada a los tres aparatos:

$$I = \frac{P_{\text{tostador}} + P_{\text{serén}} + P_{\text{lámpara}}}{V} \\ = \frac{1800W + 1300W + 100W}{120V} = 27A$$

Un tercer modo de calcular I es usando $I = V/R_{\text{eq}}$, donde R_{eq} es la resistencia equivalente de los tres aparatos en paralelo:

$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = (120V) \left(\frac{1}{8\Omega} + \frac{1}{11\Omega} + \frac{1}{144\Omega} \right) = 27A$$

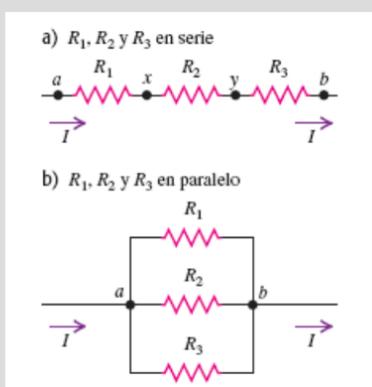
Electrodomésticos con esa demanda de corriente son comunes; por ello, las cocinas modernas tienen más de un circuito de 20A. Para mantener cosas seguras por debajo de 20A, el tostador y la serén eléctrica se deberían conectar en circuitos distintos.

Evalúe su comprensión: Para impedir que se dispare el interruptor del circuito del ejemplo 26.14, un técnico electricista lo sustituye por otro de 40A. ¿Es razonable hacer esto?

Respuesta: No. Esto es algo muy peligroso de hacerlo. El interruptor del circuito permitiría que hubiera corriente hasta 40A, lo doble del valor nominal del cableado. La cantidad de potencia $P = I^2 R$ disipada en una sección de cable podría ser en ese caso de hasta cuatro veces el valor nominal, por lo que los alambres se calentarían mucho y causarían un incendio. (Esto supone que la resistencia R permanece sin cambio. De hecho, R aumenta con la temperatura, de modo que la potencia disipada puede ser incluso más grande y más peligrosa de la que hemos estimado).

CIRCUITOS DE CORRIENTE DIRECTA

RESISTORES EN SERIE Y EN PARALELO



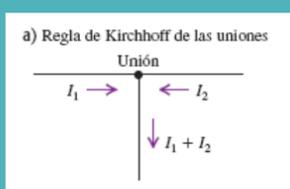
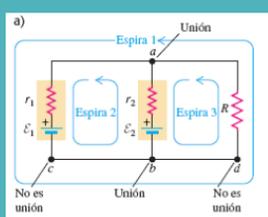
Cuando se conecta en serie varios resistores R_1, R_2, R_3, \dots , la resistencia equivalente R_{eq} es la suma de las resistencias individuales. En una conexión en serie, fluye la misma corriente a través de todos los resistores. En la conexión en paralelo, el recíproco de la resistencia equivalente R_{eq} es la suma del recíproco de las resistencias individuales. Todos los resistores en una conexión en paralelo tienen la misma diferencia de potencial entre sus terminales.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (\text{resistores en paralelo})$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (\text{resistores en serie})$$

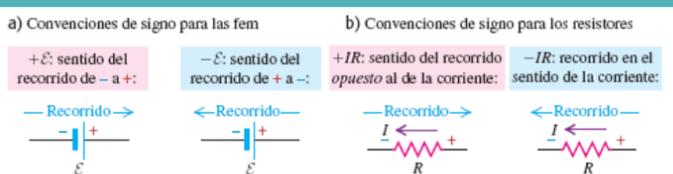
REGLAS DE KIRCHHOFF:

La regla de Kirchhoff de los nodos o unión se basa en la conservación de la carga. Establece que la suma algebraica de las corrientes en un nodo debe ser igual a cero. Por otro lado, la regla de las mallas o espira, se basa en la conservación de la energía y la naturaleza conservativa de los campos electrostáticos. Establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial alrededor de una malla debe ser igual a cero. Al aplicar estas reglas es importante tener en cuenta los signos.

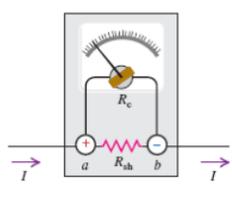


$$\sum V = 0 \quad (\text{regla de las espiras, válida para cualquier espira cerrada})$$

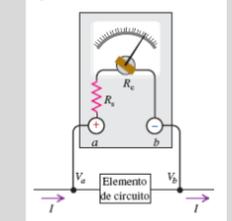
$$\sum I = 0 \quad (\text{regla de las uniones, válida en cualquier unión})$$



a) Amperímetro de bobina móvil



b) Voltímetro de bobina móvil



INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN DIRECTA:

En un galvanómetro de d'Arsonval, la desviación es proporcional a la corriente en la bobina. Para tener una escala de corriente más alta, se agrega un resistor de derivación, de manera que parte de la corriente se desvíe de la bobina del medidor. Un instrumento de este tipo se llama amperímetro. Si la bobina y cualquier resistencia adicional en serie cumple la ley de Ohm, el instrumento también se puede calibrar para la diferenciación de potencial o voltaje; en tal caso, recibe el nombre de voltímetro. Un buen amperímetro tiene resistencia muy baja; un buen voltímetro tiene resistencia muy alta.

CIRCUITOS R-C:

Cuando un capacitor se carga mediante una batería en serie con un resistor, la corriente y la carga en el capacitor no son constantes. La carga tiende a su valor final de manera asintótica, y la corriente tiende a cero del mismo modo. La carga y la corriente están dadas por las siguientes ecuaciones. Después de un tiempo $T=RC$, la carga se ha acercado a su valor final $1/e$ de su valor final. Este tiempo se llama constante de tiempo. Cuando se descarga el capacitor, la carga y la corriente están dadas en función de tiempo. La constante de tiempo es la misma en la carga y la descarga.

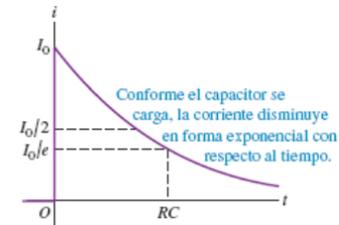
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad (\text{circuito } R-C, \text{ capacitor en carga})$$

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q_f(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{circuito } R-C, \text{ capacitor en carga})$$

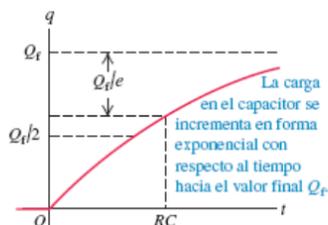
$$q = Q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{circuito } R-C, \text{ capacitor en descarga})$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad (\text{circuito } R-C, \text{ capacitor en descarga})$$

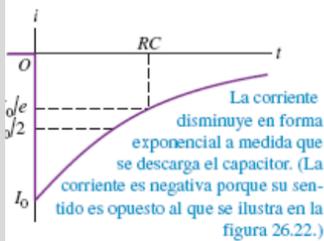
a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en proceso de carga



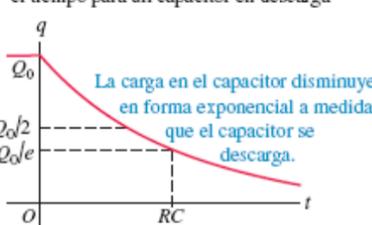
b) Gráfica de la carga de un capacitor contra el tiempo para un capacitor en proceso de carga



a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en descarga



b) Gráfica de la carga del capacitor contra el tiempo para un capacitor en descarga



CABLEADO DE UNA CASA:

En los sistemas de cableado doméstico, los diversos aparatos eléctricos están conectados en paralelo a través de la línea de energía, que consiste en un par de conductores, "uno con corriente" y otro "neutro". Además por seguridad se incluye un alambre "a la tierra física". La corriente máxima en un circuito está determinada por el tamaño de los alambres y la temperatura máxima que puede tolerar. Los fusibles y los interruptores de circuito dan seguridad contra un exceso de corriente.

