Tarea 2:

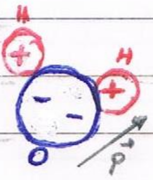
Análisis de los vídeos 25 y 27 del profesor Cesar Antonio Izquierdo

Dipolos Eléctricos.

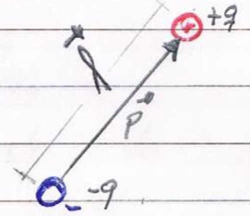
Cursante: Jonatan Márquez

Dipolos eléctricos

Algunes moléculas, como la molécula del agua H_2O siendo químicamente neutra, producen algo en su distribución de carga que conocemos como momento dipolar $\vec{p}$.



concepto dipolo:



$\vec{p}$ es el vector que se genera en la línea de acción de la carga negativa a la positiva, y se define como momento dipolar eléctrico.

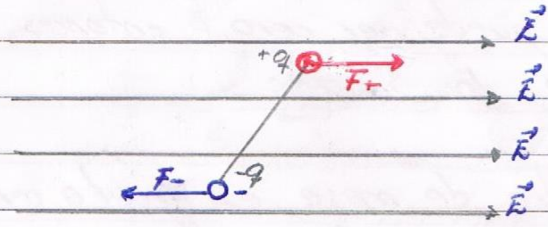
$\vec{p}$ se define como la magnitud de carga q por el vector $\vec{l}$:

$\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ La unidad de $\vec{p}$ es carga por distancia (C.m)

Se entiende por dipolo eléctrico a dos cargas, $+q$ y $-q$ de igual magnitud pero signo contrario, separadas a una pequeña distancia l.

¿Qué le sucede al dipolo si lo colocamos en una región de campo eléctrico?

consideraremos a $\vec{E}$ constante.



sistema de referencia: Consideremos el campo $\vec{E} = E\hat{\imath}$ N/C trabajando con un sistema de referencia x e y donde la componente $\hat{\imath}$ esté en el eje x.

La carga experimenta una fuerza de la siguiente manera:

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

La carga negativa	La carga positiva
$\vec{F} = -q.\vec{E}$	$\vec{F} = +q E.\hat{\imath}$
$\vec{F} = -q.E(\hat{\imath})$	
$\boxed{\vec{F} = q.E(-\hat{\imath})}$	$\boxed{\vec{F} = q.\vec{E}(+\hat{\imath})}$

si aplicamos la suma de fuerzas, obtenemos lo siguiente: $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

$$\sum \vec{F} = qE(+\hat{\imath}) + q.E(-\hat{\imath})$$

como las cargas son de igual magnitud pero opuestas, y el campo eléctrico $\vec{E}$ es constante.

$$\sum \vec{F} = q.E(+\hat{i}) + q.E(-\hat{i})$$

$$\sum F = 0$$

$m.\vec{a} = 0$ → La masa no puede ser cero entonces $\vec{a} = 0$ ⇒ esto implica dos casos:

① La velocidad en el centro de masa es igual a cero
$\vec{V}_{cm} = 0$

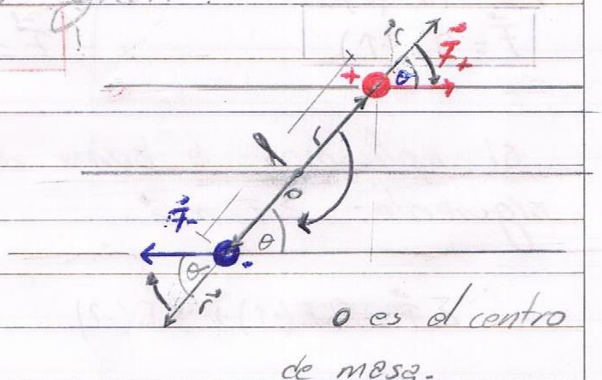
② $\vec{V}_{cm}$: se mueve con velocidad constante

Conclusión: La fuerza neta sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme es cero.

Fuerza y par de torsión.

Sucede que cada carga tiene una línea de acción de fuerza y entre cada fuerza de igual magnitud, pero sentido opuesto hay una distancia, a esto se conoce como par de torsión, es decir el sistema va a girar.

Aplicando la dinámica:



$$\sum \vec{\tau}_o = I_o \vec{\alpha}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{\tau}| = \tau = r.F\,sen\,\theta$$

o es el centro de masa.

si extendemos el vector r de la carga positiva obtenemos el ángulo θ, y como el punto se encuentra en la mitad de la distancia l tenemos que el torque, en la carga positiva es:

$$\tau_+ = \frac{l}{2}\, qE\, \text{sen}\,\theta$$

sen θ → seno del ángulo entre $\vec{r}$ y $\vec{F}$

qE → La magnitud de la fuerza

$\frac{l}{2}$ → La magnitud de r que es igual a $\frac{l}{2}$

La carga negativa:

$$\tau_- = \frac{l}{2}\, qE \cdot \text{sen}\,\theta$$

$$\Sigma\tau_0 = \underbrace{l\,q}_{\text{momento dipolar } p}E\, \text{sen}\,\theta$$

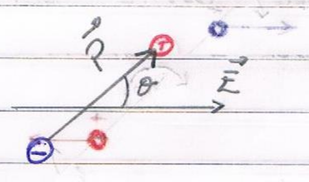
El torque se define como:

$$\boxed{\tau = pE\,\text{sen}\,\theta}$$

En forma vectorial:

Producto cruz

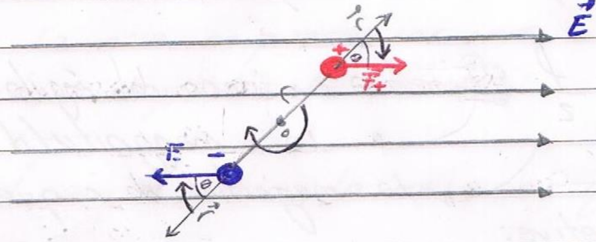
$$\boxed{\tau = \vec{P} \times \vec{E}} \Rightarrow |\vec{A} \times \vec{B}| = \boxed{A.B\ \text{sen}\ \hat{AB}}$$



Movimiento de un dipolo en un campo eléctrico

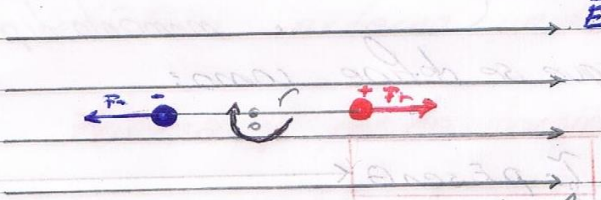
En los siguientes esquemas vamos a ver como se mueve un dipolo eléctrico dentro de un campo eléctrico constante.

①



Las cargas $+q$ y $-q$ giran en la misma dirección, del radio vector a la fuerza. Teniendo un giro horario.

②



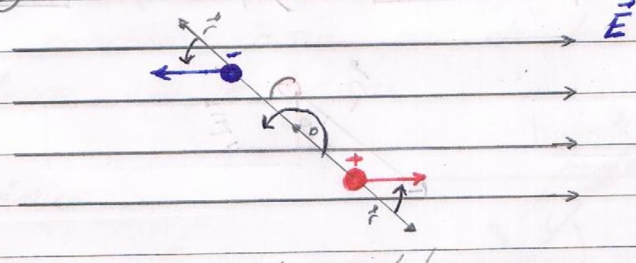
$\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{F} = 0$

$\vec{\tau}_0 = 0$

En esta situación como la suma de las fuerzas es cero, el sistema no experimenta torque, pero por inercia la carga positiva sigue el movimiento inicial.

③



Luego de pasar la línea horizontal, nuevamente $+q$ y $-q$ comienzan a experimentar un torque. $+q$ y $-q$ giran en la misma dirección, del radio vector a la fuerza, de esta vez en sentido anti-horario.

Conclusión: Según la ley de translación $\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$ el dipolo se mantiene en reposo o con velocidad constante, según la ley de rotación de la dinámica $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ el dipolo estará en un movimiento osilatorio.

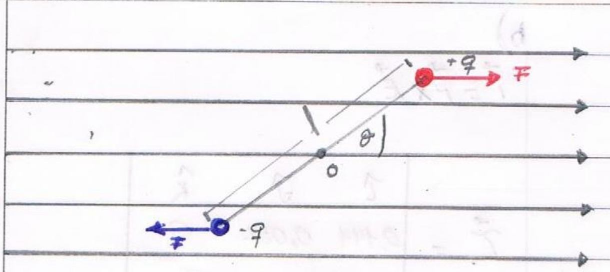
⇒ El par de torsión es el máximo cuando $\vec{p}$ y $\vec{E}$ son perpendiculares, y es igual a cero cuando son paralelos o antiparalelos. El par de torsión siempre tiende hacer que $\vec{p}$ gire para alinierse con $\vec{E}$.
cuando $\theta = 0$ tenemos una posición de equilibrio estable.
cuando $\vec{p}$ y $\vec{E}$ son antiparalelos, tenemos una posición de equilibrio inestable.

Problema: Un dipolo eléctrico, consta de cargas de $+3\mu C$ y $-3\mu C$ separadas a una distancia de 5.0 cm. Se encuentra, como se muestra en la figura, dentro de una región de campo eléctrico de magnitud, $E = 6 \times 10^{6} N/C$.

a) ¿Cuál es la magnitud del momento dipolar eléctrico, (en unidades SI) y su dirección con respecto al campo eléctrico?

b) Cuánto trabajo en J se requiere para invertir desde la posición paralela al campo a la posición antiparalela al campo.

Solución:

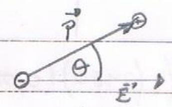


$\vec{p} = q\cdot\vec{l}$ $\quad$ $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$

$\tau = pE\, sen\theta$

$U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$ $\quad$ $U = -p\cdot E\cos\theta$

$W = -\Delta U$



$p = q\cdot l$

$p = 3\times10^{-6}(0{,}05)$

$\boxed{p = 1{,}5\times10^{-7}\ C.m}$

$W = -\Delta U$

$W = (U_f - U_o)$

$U = -pE\cos\theta$

a) Inicio $\longrightarrow \vec{p}$

$\longrightarrow \vec{E}$ $\quad$ $\theta = 0$

$U_o = -p.E\cos 0 = -pE$

final:

$U_f = -p.E.\cos 180°$

$U_f = -p.E.-1 = p.E$

$W = -(p.E - (-p.E))$ $\quad$ $\boxed{W = -2p.E}$

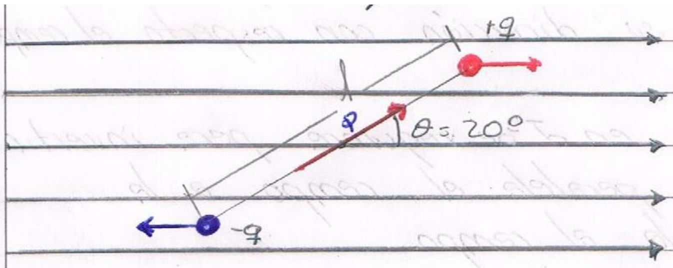
$\boxed{W = 2(1{,}5\times10^{-7})(6\times10^{5}) = -0{,}18\ J}$

Problema: Un dipolo eléctrico se coloca dentro de un campo eléctrico uniforme, $\vec{E} = 2450\hat{\imath}$ N/C. La magnitud de cada carga es de 90 mC con una separación de 1.7m.

a). Cuáles son las componentes (p_x, p_y), del momento dipolar, (en unidades SI).

b). La magnitud del torque en N.m que actua sobre el dipolo debido al campo.

Solución:



$p = q . l \qquad \vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$

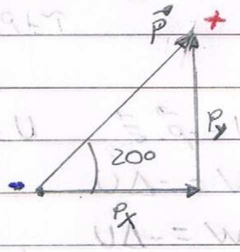
$\tau = P . E \, sen\theta$

$U = -\vec{P} . \vec{E}$

$U = -P . E \cos\theta$

$W = -\Delta U$

a) $\vec{P} = (P_x , P_y)$



$P = q . l = 90 \times 10^{-3} (1,7)$

$\boxed{P = 0,153 \, C.m}$

$P_x = P . \cos 20 \qquad P_x = 0,153 . \cos 20$

$\boxed{P_x = 0,144 \, C.m}$

$P_y = P . sen \, 20 \qquad P_y = 0,153 . sen \, 20$

$\boxed{P_y = 0,052 \, C.m}$

$\boxed{\vec{P} = (0,144 \, C.m ; 0,052 \, C.m}$

b)

$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0,144 & 0,052 & 0 \\ 2450 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$\vec{\tau} = \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k}(-(2450)(0,052))$

$\vec{\tau} = (0, 0, -128.2) \, N.m \qquad \vec{\tau} = -128,2 \, N.m \, \hat{k}$

$|\vec{\tau}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-128.2)^2}$

$\boxed{|\vec{\tau}| = 128.2 \, N.m}$

En este caso como solamente pide la magnitud del torque, podemos simplemente aplicar la ecuación: $\tau = P . E \, sen \, \theta$

$\tau = 0,153 . 2450 . sen \, 20$

$\boxed{\tau = 128 \, N.m}$