

Ejercicios capitulo 27

Ejemplo 27.1: Fuerza magnética sobre un conductor

Un haz de protones ($q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) se mueve a $3.0 \times 10^5 \text{ m/s}$ a través de un campo magnético uniforme de 2.0 T dirigido a lo largo del eje z positivo. La velocidad de cada protón se encuentra en el plano xz a un ángulo de 30° con respecto al eje $+z$. Calcular la fuerza sobre un protón.

Identificar y plantear: Este problema usa la expresión $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ para la fuerza magnética $\vec{F}$ sobre una partícula cargada en movimiento. La incógnita es $\vec{F}$.

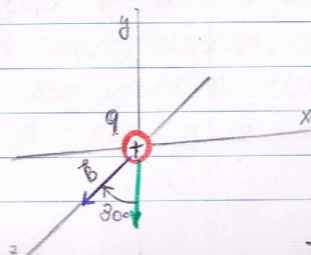
Ejecutar: La carga es positiva, por lo que la fuerza está en la misma dirección que el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$. Según la regla de la mano derecha, la dirección está a lo largo del eje y negativo. La magnitud de la fuerza es:

$$\begin{aligned} F &= qvB \sin \theta \\ &= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3.0 \times 10^5 \text{ m/s})(2.0 \text{ T})(\sin 30^\circ) \\ &= 4.8 \times 10^{-14} \text{ N} \end{aligned}$$

Evaluar: El resultado se comprueba evaluando la fuerza con el lenguaje de vectores.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= (3.0 \times 10^5 \text{ m/s})(\sin 30^\circ)\hat{i} + (3.0 \times 10^5 \text{ m/s})(\cos 30^\circ)\hat{k} \\ \vec{B} &= (2.0 \text{ T})\hat{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(3.0 \times 10^5 \text{ m/s})(2.0 \text{ T}) \\ &\quad \times (\sin 30^\circ\hat{i} + \cos 30^\circ\hat{k}) \times \hat{k} \end{aligned}$$



$$= (-4.8 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{j}$$

(Recuerde que $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$ y $\hat{k} \times \hat{k} = 0$). De nuevo resulta que la fuerza está en la dirección negativa del eje y , con magnitud de $4.8 \times 10^{-14} \text{ N}$.

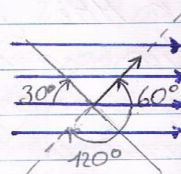
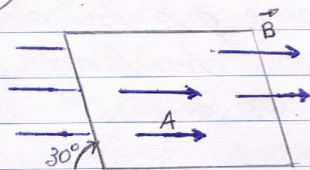
Si el haz fuera de electrones en vez de protones, la carga sería negativa ($q = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$), y la dirección de la fuerza se invertiría. Ahora, la fuerza estaría dirigida a lo largo del eje y positivo, pero su magnitud sería la misma que antes, $F = 4.8 \times 10^{-14} \text{ N}$.

Ejemplo 27.2 Cálculo de flujo magnético.

La figura muestra una vista en perspectiva de una superficie plana con área de 3.0 cm^2 en un campo magnético uniforme $\vec{B}$. El flujo magnético a través de esta superficie es de $+0.09 \text{ mWb}$. Calcule la magnitud del campo magnético y obtenga la dirección del vector área $\vec{A}$.

a) - Superficie plana A en un campo magnético uniforme $\vec{B}$.

b). El vector área $\vec{A}$ forma un ángulo de 60° con $\vec{B}$ (si hubiéramos elegido que $\vec{A}$ apuntara en la dirección opuesta, ϕ tendría que ser de 120° y el flujo magnético Φ_B tendría que ser negativo).



Identificar y Plantear: Las incógnitas son la magnitud B del campo y la dirección del vector área. Como $\vec{B}$ es uniforme, B y ϕ son los mismos en todos los puntos de la superficie, por lo que se usa la ecuación: $\Phi_B = BA \cos \phi$.

Ejecutar:

El área A es $3.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. La dirección de $\vec{A}$ es perpendicular a la superficie, por lo que ϕ puede ser de 60° o 120° . Pero Φ_B , B y A son positivos, de modo que $\cos \phi$ también debe ser positivo. Así se eliminan los 120° , por lo que $\phi = 60^\circ$ y se obtiene:

$$B = \frac{\Phi_B}{A \cos \phi} = \frac{0.90 \times 10^{-3} \text{ Wb}}{(3.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(\cos 60^\circ)} = 6.0 \text{ T}$$

Evaluar: En muchos problemas se pide calcular el flujo de un campo magnético determinado a través de un área dada. Este ejemplo es algo diferente: somete a prueba su comprensión de la definición de flujo magnético.

Ejemplo 27.3: Movimiento de electrones en un magnetron.

El magnetron de un horno de microondas emite ondas electromagnéticas con una frecuencia $f = 2450 \text{ MHz}$. ¿Qué intensidad de campo magnético se requiere para que los electrones se muevan en trayectorias circulares con esta frecuencia?

Identificar y plantear: El problema se refiere al movimiento circular. Se usa la ecuación para despejar la magnitud B del campo.

Ejecutar:

La rapidez angular que corresponde a la frecuencia f es $\omega = 2\pi f = (2\pi)(2450 \times 10^6 \text{ s}^{-1}) = 1.54 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$. Luego, a partir de:

$$B = \frac{m\omega}{|q|} = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.54 \times 10^{10} \text{ s}^{-1})}{1.91} = 0.0877 \text{ T}$$

Evaluar: Esta es una intensidad de campo moderada que un imán permanente genera con facilidad. Por cierto, las ondas electromagnéticas de 2450 MHz son útiles para calentar y cocinar alimentos porque son absorbidas totalmente por las moléculas de agua.

Ejemplo 27.4 Movimiento helicoidal de partículas en un campo magnético.

En una situación como la mostrada, la partícula cargada es un protón ($q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$) y el campo magnético uniforme de 0.500 T está dirigido a lo largo del eje x . En $t = 0$, el protón tiene componentes de velocidad $v_x = 1.50 \times 10^5 \text{ m/s}$, $v_y = 0$ y $v_z = 2.00 \times 10^5 \text{ m/s}$. Sólo la fuerza magnética actúa sobre el protón.

a) En $t = 0$, calcule la fuerza sobre el protón y su aceleración. b) Calcule el radio de la trayectoria helicoidal resultante, la rapidez angular del protón y el avance de la hélice (distancia recorrida a lo largo del eje de la hélice en cada revolución).

Identificar y plantear:

La fuerza magnética es $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, y la aceleración se conoce mediante la segunda ley de Newton.

La fuerza $\vec{F}$ es perpendicular a $\vec{v}$, así que la rapidez del protón no cambia. Entonces, el radio de la trayectoria helicoidal se obtiene de la ecuación (27.11), si se sustituye v por la componente de la velocidad perpendicular a $\vec{B}$. La velocidad angular ω está dada por la ecuación (27.12), lo cual permite determinar el

tiempo T de una revolución (el período).
 Dada la componente de la velocidad paralela al campo magnético, se determina la distancia recorrida a lo largo del eje de la hélice en ese tiempo.

Ejercicio:

a) Con $\vec{B} = B\hat{i}$ y $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_z\hat{k}$, la ecuación (27.2)

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_x\hat{i} + v_z\hat{k}) \times B\hat{i} = qv_z B\hat{j}$$

$$= (1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) (2.00 \times 10^5 \text{ m/s}) (0.500 \text{ T}) \hat{j}$$

$$= (1.60 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{j}$$

(Recuerda que $\hat{i} \times \hat{i} = 0$ y $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$) La aceleración resultante es

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1.60 \times 10^{-14} \text{ N } \hat{j}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = (9.58 \times 10^{12} \text{ m/s}^2) \hat{j}$$

b) Como $v_y = 0$, la componente de la velocidad perpendicular a $\vec{B}$ es v_z ; así, a partir de la ecuación (27.11).

$$R = \frac{mv_z}{|q|B} = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}) (2.00 \times 10^5 \text{ m/s})}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) (0.500 \text{ T})}$$

$$= 4.18 \times 10^{-3} \text{ m} = 4.18 \text{ mm}$$

De la ecuación (27.12) la rapidez angular es

$$\omega = \frac{|q|B}{m} = \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) (0.500 \text{ T})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 4.79 \times 10^7 \text{ rad/s}$$

El periodo es $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(4.79 \times 10^7 \text{ s}^{-1}) =$

$1.31 \times 10^{-7} \text{ s}$. El avance es la distancia recorrida a lo largo del eje x durante este tiempo, es decir,

$$v_x T = (1.50 \times 10^5 \text{ m/s})(1.31 \times 10^{-7} \text{ s}) \\ = 0.0197 \text{ m} = 19.7 \text{ mm}.$$

Evaluar: Aun cuando la fuerza magnética tiene una magnitud reducida, genera una aceleración muy grande porque la masa del protón es muy pequeña. Observe que el avance de la hélice es casi cinco veces mayor que el radio R , de modo que esta hélice está mucho más "estirada".

Ejemplo 27.5. Una demostración experimental de e/m . Imagine que usted intenta reproducir el experimento de Thomson para obtener e/m con un potencial de aceleración de 450V y un campo eléctrico deflector de $6.0 \times 10^6 \text{ N/C}$ de magnitud. a) ¿A qué rapidez se moverán los electrones? b) ¿Qué magnitud de campo magnético producirá una desviación del haz igual a cero? c) con este campo magnético, ¿cómo se comportaría el haz de electrones si se incrementara el potencial de aceleración más allá de 450V?

Identificar y plantear: se utiliza la ecuación (27.14) para determinar la rapidez de los electrones, y la ecuación (27.13) para determinar el campo magnético B que se requiere.

Ejecutar: a) De acuerdo con la ecuación (27.14), la rapidez v de los electrones es:

$$v = \sqrt{2(e/m)V} = \sqrt{2(1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg})(150 \text{ V})}$$
$$= 7.27 \times 10^6 \text{ m/s} = 0.024c$$

b) A partir de la ecuación (27.13), la intensidad de campo requerida es

$$B = \frac{E}{v} = \frac{6.0 \times 10^6 \text{ N/C}}{7.27 \times 10^6 \text{ m/s}} = 0.83 \text{ T}$$

c) El incremento del potencial de aceleración V aumenta la rapidez v de los electrones. Esto no cambia la fuerza eléctrica eE dirigida hacia arriba, pero incrementa la fuerza magnética evB hacia abajo. Por lo tanto, el haz de electrones se doblará hacia abajo y golpeará el extremo del tubo por debajo de la posición sin desviación.

Evaluar: El campo magnético requerido es relativamente grande porque los electrones se están moviendo bastante rápido (2.4% la rapidez de la luz). Si el campo magnético máximo disponible es menor que 0.83 T, la intensidad del campo eléctrico E tendría que reducirse para mantener la razón deseada E/B en la ecuación (27.15).

Ejemplo 27.6 Ubicación de las fugas en un sistema vacío.

Casi no existe helio en el aire ordinario, de manera que el helio que se rocía cerca de una fuga en un sistema de vacío se detectará rápidamente en la salida de una bomba de vacío conectada a dicho sistema. Usted está diseñando un detector de fugas que usa un espectrómetro de masas para detectar iones He^+ (carga $+e = +1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, masa de $6.65 \times 10^{-27} \text{ kg}$). Los iones emergen del selector de velocidad con una rapidez de $1.00 \times 10^5 \text{ m/s}$. Un campo magnético B' los curva en una trayectoria semicircular y se los detecta a una distancia de 10.16 cm de la rendija S_3 en la figura 27.24. Calcule la magnitud del campo magnético B' .

Identificar y plantear:

Después de pasar por la rendija, el ion sigue una trayectoria circular como se describió en la sección 27.4. Despejamos B' de la ecuación (27.11).

Ejecutar:

La distancia dada es el diámetro de la trayectoria semicircular que se ilustra en la figura 27.24, por lo que el radio es $R = \frac{1}{2}(10.16 \times 10^{-2} \text{ m})$. De la ecuación $R = mv/qB'$, se obtiene:

$$B' = \frac{mv}{qR} = \frac{(6.65 \times 10^{-27} \text{ kg})(1.00 \times 10^5 \text{ m/s})}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(5.08 \times 10^{-3} \text{ m})} = 0.0818 \text{ T}$$

Evaluar: Los detectores de fugas basados en helio se utilizan ampliamente en sistemas de alto vacío. Nuestro resultado indica que tan sólo se requiere un pequeño campo magnético, de modo que los

detectores de fuga son relativamente compactos.

Ejemplo 27.7. Fuerza magnética sobre un conductor recto.

Una varilla de cobre, recta y horizontal, transporta una corriente de 50 A de oeste a este, en una región entre las polos de un electroimán grande. En esta región hay un campo magnético horizontal dirigido hacia el noreste (es decir 45° al norte del este), con magnitud de 1.20 T. a) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza sobre una sección de 1.00 m de longitud de la varilla. b) Si la varilla permanece horizontal, ¿cómo debería orientarse para maximizar la magnitud de la fuerza? En este caso ¿cuál es la magnitud de la fuerza?

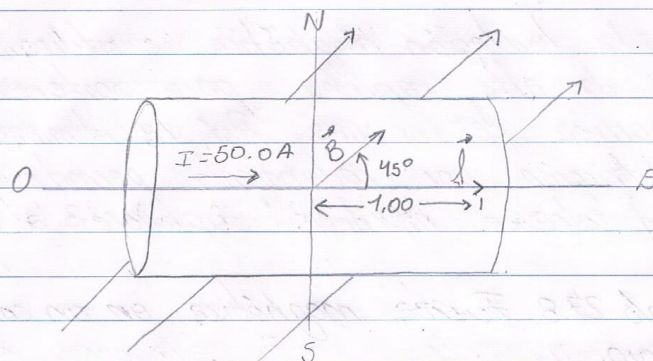
Identificar y plantear: La figura muestra la situación. Se trata de un segmento rectilíneo de alambre en un campo magnético uniforme.

Las incógnitas son la fuerza $\vec{F}$ sobre el segmento de varilla y el ángulo ϕ para el que es máxima la magnitud F de la fuerza.

Con la ecuación (27.18) se calcula la magnitud de la fuerza magnética, y la dirección de esta se determina con la regla de la mano derecha.

Ejecutar: a) El ángulo ϕ entre las direcciones de la corriente y el campo es de 45° . De la ecuación (27.18) se obtiene:

$$F = I l B \sin \phi = (50.0 \text{ A}) (1.00 \text{ m}) (1.20 \text{ T}) (\sin 45^\circ) = 42.4 \text{ N}$$



La dirección de la fuerza es perpendicular al plano de la corriente y al campo, los cuales están en el plano horizontal. Así, la fuerza debe ser vertical; la regla de la mano derecha indica que está dirigida verticalmente hacia arriba (sale del plano de la figura).

b) Según $F = ILB \sin \phi$, F es máxima si $\phi = 90^\circ$, de modo que $\vec{I}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares. Para que $\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}$ siga dirigida hacia arriba, la varilla se gira en el sentido de las manecillas del reloj, a 45° de la orientación que tiene en la figura, así que la corriente viaja en dirección sureste.

$$\text{Entonces, } F = ILB = (50.0 \text{ A})(1.00 \text{ m})(1.20 \text{ T}) = 60.0 \text{ N.}$$

Evaluar:

El resultado del inciso a) se comprueba usando la ecuación (27-19) para calcular el vector fuerza. Si se usa un sistema de coordenadas con x apuntando al este, y apuntando al norte, el eje z hacia arriba, tendremos $\vec{I} = (1.00 \text{ m})\hat{i}$, $\vec{B} = (1.20 \text{ T})[(\cos 45^\circ)\hat{i} + (\sin 45^\circ)\hat{j}] = (42.4 \text{ N})\hat{k}$

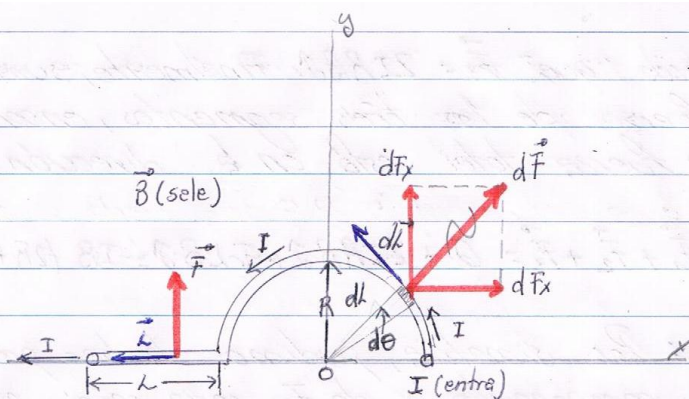
Observe que la fuerza máxima de 60.0 N hacia arriba puede sostener al conductor en el aire contrarrestando la fuerza de gravedad, es decir, el conductor levita magnéticamente, si su peso es de 60.0 N y su masa es $m = W/g = (60.0 \text{ N})/(9.8 \text{ m/s}^2) =$

6.12 Kg. La levitación magnética se utiliza en trenes de alta rapidez para sostener el tren arriba de las vías. Así, la eliminación de la fricción por rodamiento permite que el tren alcance velocidades superiores a 400 km/h.

Ejemplo 27.8 Fuerza magnética en un conductor curvo.

En la figura, el campo magnético $\vec{B}$ es uniforme y perpendicular al plano de la figura, apuntando hacia afuera de la página. El conductor, que transporta la corriente I hacia la izquierda, tiene tres segmentos: 1. un segmento rectilíneo con longitud L perpendicular al plano de la figura, 2. un semicírculo con radio R y, 3. otro segmento rectilíneo con longitud L paralelo al eje x . Determine la fuerza magnética total sobre este conductor.

Identificar y plantear: El campo magnético $\vec{B} = B\hat{k}$ es uniforme, por lo que calculamos las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$ de los segmentos 1 y 3 usando la ecuación (27.19). El segmento curvilíneo 2 se divide en segmentos rectilíneos infinitesimales y calculamos la fuerza correspondiente $d\vec{F}_2$ sobre cada segmento recto usando la ecuación (27.20). Luego, integramos para calcular $\vec{F}_2$. Entonces, la fuerza magnética total sobre el conductor es $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.



Ejecutar: Para el segmento 1, $\vec{L} = -L\hat{k}$. De modo que por la ecuación (27.19), $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = 0$. Para el segmento 3, $\vec{L} = L\hat{k}$, entonces $\vec{F}_3 = I\vec{L} \times \vec{B} = I(L\hat{k}) \times (B\hat{j}) = ILB\hat{i}$.

Para el segmento curva 2, la figura muestra un segmento $d\vec{l}$ con longitud $d\vec{l} = R d\theta$ y ángulo θ . La regla de la mano derecha indica que la dirección de $d\vec{l} \times \vec{B}$ es radialmente hacia afuera a partir del centro; asegúrese de verificar su dirección. Como $d\vec{l}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, la magnitud dF_2 de la fuerza sobre el segmento $d\vec{l}$ es $dF_2 = I d\vec{l} B = I(R d\theta)B$. Las componentes de la fuerza sobre este segmento son:

$$dF_{2x} = IR d\theta B \cos \theta \quad dF_{2y} = IR d\theta B \sin \theta$$

Estas expresiones se integran para determinar las componentes de la fuerza total, haciendo que θ varíe de 0 a π para incluir todo el semicírculo. Se obtiene:

$$F_x = IRB \int_0^{\pi} \cos \theta d\theta = 0$$

$$F_y = IRB \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = 2IRB$$

De modo que $\vec{F}_2 = 2IRB\hat{j}$. Finalmente, sumando las fuerzas de los tres segmentos, encontramos que la fuerza total está en la dirección y positiva:

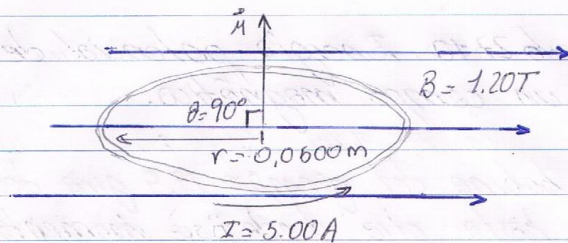
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 + 2IRB\hat{j} + ILB\hat{j} = IB(2R+L)\hat{j}$$

Evaluar: Por simetría, pudimos haber pronosticado que la componente x de $\vec{F}_2$ sería cero: en la mitad derecha del semicírculo, la componente x de la fuerza es positiva (hacia la derecha); mientras que en la mitad izquierda es negativa (o lo izquierdo). Se cancelan las contribuciones positiva y negativa a la integral. El resultado es que $\vec{F}_2$ es la fuerza que se ejercería si sustituyéramos el semicírculo por un segmento recto de $2R$ de longitud a lo largo del eje x .

Ejemplo 27.9. Torca magnética sobre una bobina circular.

Una bobina circular de $0,0500\text{ m}$ de radio y 30 vueltas de alambre está en un plano horizontal. Conduce una corriente de $5,00\text{ A}$ en sentido contrario a las manecillas del reloj (vista desde arriba). La bobina se encuentra en un campo magnético uniforme de $1,20\text{ T}$ dirigido a la derecha. Determine las magnitudes del momento magnético y de la torca sobre la bobina.

Identificar y plantear: Este problema usa la definición de momento magnético y la expresión para la torca sobre un dipolo magnético en un campo magnético.



La ecuación (27.24) da la magnitud M del momento magnético de una sola vuelta de alambre; por N vueltas, el momento magnético es N veces mayor. La magnitud τ de la fuerza se obtiene con la ecuación (27.25).

Ejecutar: El área de la bobina es $A = \pi r^2$. Según la ecuación (27.24), el momento magnético total de las 30 vueltas es

$$M_{\text{total}} = NIA = 30(5.00 \text{ A})\pi(0.0600 \text{ m})^2 = 1.18 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

El ángulo Φ entre la dirección de $\vec{B}$ y la dirección de $\vec{M}$ (que está a lo largo de la normal al plano de la bobina) es de 90° . De acuerdo con la ecuación (27.25), la fuerza en la bobina es:

$$\begin{aligned} \tau &= M_{\text{total}} B \sin \Phi = (1.18 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(1.20 \text{ T})(\sin 90^\circ) \\ &= 1.41 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Evaluar: La fuerza tiende a hacer girar el lado derecho de la bobina hacia abajo, y el lado izquierdo hacia arriba, a una posición donde la normal a su plano sea paralelo a $\vec{B}$.

Ejemplo 27.10 Energía potencial de una bobina en un campo magnético.

Si la bobina del ejemplo 27.9 gira desde su posición inicial hasta otra donde su momento magnético $\vec{\mu}$ es paralelo a $\vec{B}$, ¿cuál es el cambio de la energía potencial?

Identificar y plantear: La energía potencial se calcula para cada orientación mediante la ecuación (27.27). La posición inicial se muestra en la figura anterior, con $\Phi_1 = 90^\circ$. En la posición final, la bobina ha girado 90° en el sentido de las manecillas del reloj, por lo que $\vec{\mu}$ y $\vec{B}$ son paralelos, de modo que el ángulo entre estos vectores es $\Phi_2 = 0$.

Ejecutar: De acuerdo con la ecuación (27.27), el cambio en la energía potencial es:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 = -\mu B \cos \Phi_2 - (-\mu B \cos \Phi_1) \\ &= -\mu B (\cos \Phi_2 - \cos \Phi_1) \\ &= -(1.18 \text{ A} \cdot \text{m}^2)(1.20 \text{ T})(\cos 0^\circ - \cos 90^\circ) = 1.41 \text{ J}\end{aligned}$$

Evaluar: La energía potencial disminuye porque la rotación ocurre en la dirección de la fuerza magnética que se obtuvo en el ejemplo 27.9.